

《摄影测量学》

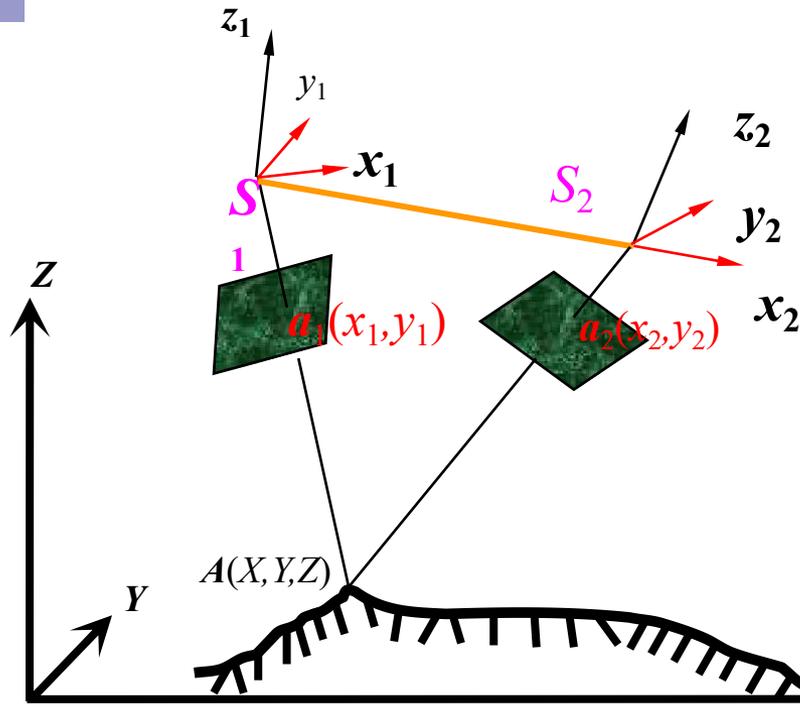
# 解析空中三角测量



问题的引出？

## 摄影测量的关键

- ✓ 摄影光束在空间的位置和姿态
- ✓ 怎样实现前方交会



以一个像对为处理单元所需的控制点数量

后方交会  $\rightarrow$   $X_{S_1}, Y_{S_1}, Z_{S_1}, \varphi_1, \omega_1, \kappa_1$  + 前方交会  
 $X_{S_2}, Y_{S_2}, Z_{S_2}, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$

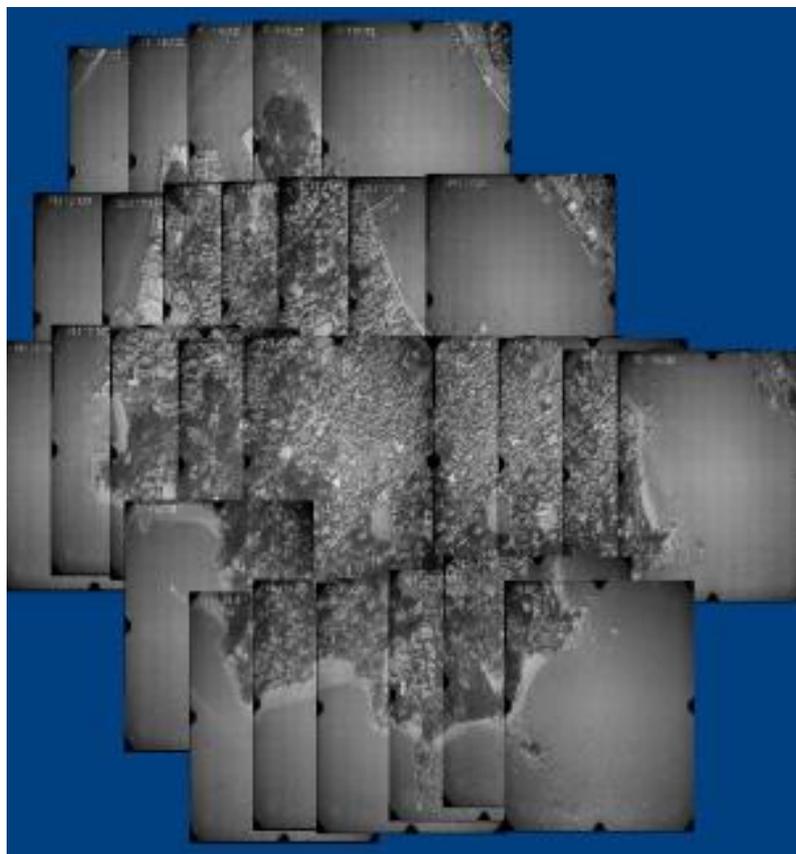
后方交会控制点：每张像片3个

相对定向+绝对定向：5个相对定向元素+7个绝对定向元素

相对定向：不需要

绝对定向：2个平高+1个高程

光束法：每个像对内均需一定数量控制点



测区情况：东西向**85km**×**39km**  
的长规则区域,面积约**3335**平方公  
里

航线数：**8**      像片数：**225**

### 问题的提出：

✓一条航带十几个像对

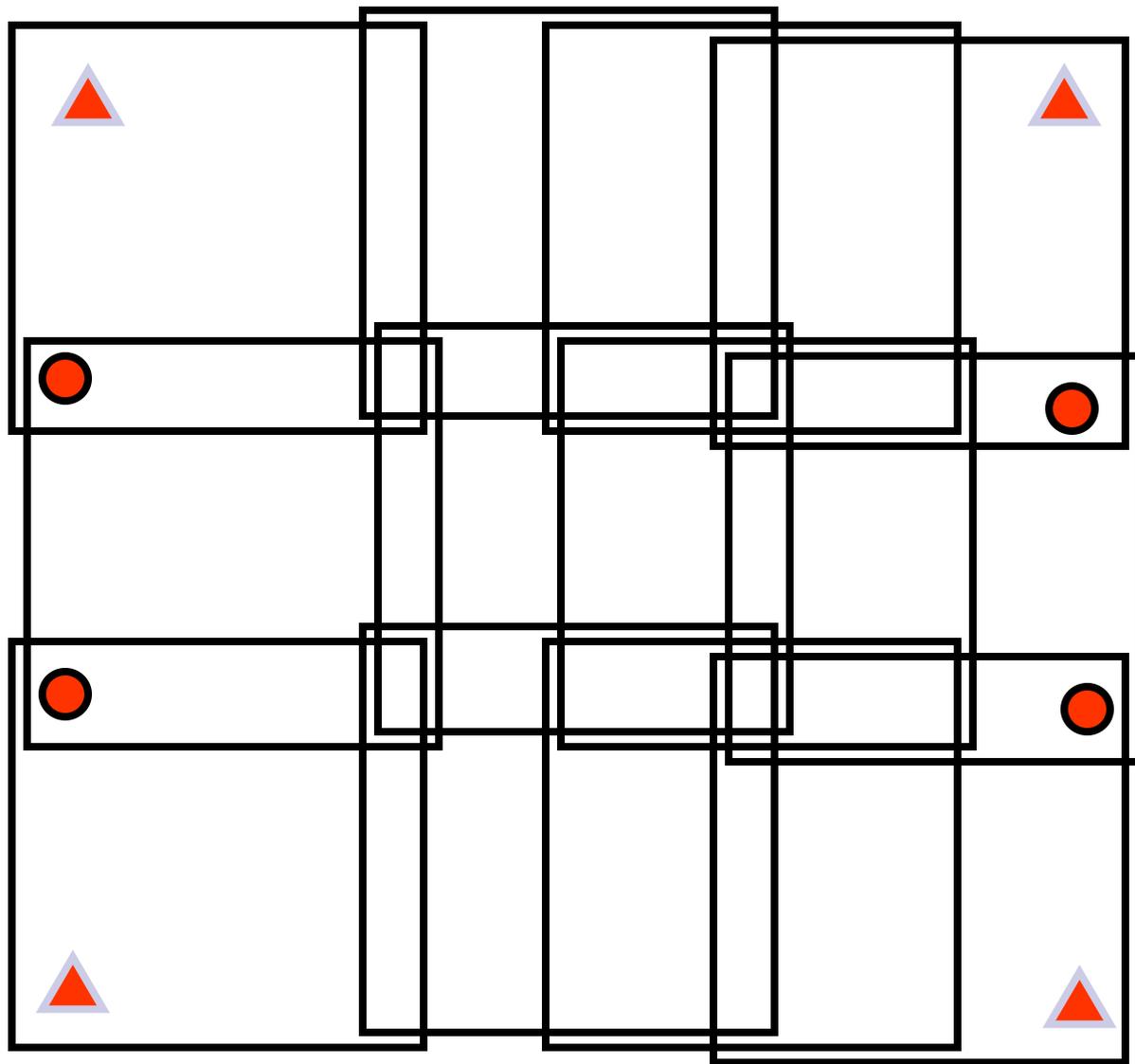
✓几条航带构成一个区域网

双像摄影测量，每个像对需测四个控制点，外业  
工作量大，效率低，能否只测少数控制点？

# 空中三角测量、区域网平差

它是利用  
少量控制点  
对整个区域

所有影像  
恢复它们的  
外方位元素



# 1 概述

## ■ 一、解析空中三角测量的定义

### 空中三角测量

定义：空中三角测量是立体摄影测量中，根据少量的野外控制点，在室内进行控制点加密，求得加密点的高程和平面位置的测量方法。

要将空中摄站及影像放到整个的加密网中，起到点的传递和构网作用，故被称为空中三角测量。

分类：模拟空中三角测量  
解析空中三角测量

## 解析空中三角测量(解析空三加密)

用计算的方法，根据像片上量测的像点坐标和少量地面控制点，采用较严密的数学公式，按最小二乘法原理，用少量地面控制点为平差条件，在电子计算机解上解求测图所需控制点的平面坐标和高程。

优点：

- 避免仪器在光学和机械方面的缺陷，减少人为操作误差；
- 用计算方法对物理因素引起的像点系统误差进行改正，提高加密成果精度；
- 提高效率，减少了外业工作量

# 解析空中三角测量的意义

- ✓ 不触及被量测目标即可测定其位置和几何形状
- ✓ 可快速地在较大范围内同时进行点位测定，以节省野外测量工作量
- ✓ 不受通视条件限制
- ✓ 摄影测量平差时，区域内部精度均匀，且不受区域大小限制

# 解析空中三角测量的目的

- ◆ 为立体测绘地形图、制作影像平面图和正射影像图提供定向控制点和像片定向参数
- ◆ 取代大地测量方法，进行三四等或等外三角测量的点位测定（精度为厘米级）
- ◆ 用于地籍测量以测定大范围内界址点的统一坐标
- ◆ 单元模型中大量地面点坐标的解析计算
- ◆ 解析近景摄影测量和非地形摄影测量（要求的精度较高）

# 解析空中三角测量的分类

## 按平差模型

航带法  
独立模型法  
光线束法

## 按加密区域

单航带法

区域网法

平差单元

航带法区域网平差

独立模型法区域网平差

光束法区域网平差

# 解析空中三角测量的信息

- ❑ **摄影测量观测值：**指用摄影测量方法得到的观测值，如像点坐标、模型坐标等

## 可供利用的非摄影测量观测值：

- ❑ **物方空间的大地测量观测值：**
  - ✓ 物点坐标、坐标差、水平距离、空间距离、距离差、水平角、方位角等
- ❑ **像方空间观测值：**
  - ✓ 内外方位元素、高差仪数据等
- ❑ **相对控制条件：**
  - ✓ 位于一个平面上的点、位于一条直线或规则曲线上的点

# 影像连接点的设置

距像片边缘不得小于1.5cm

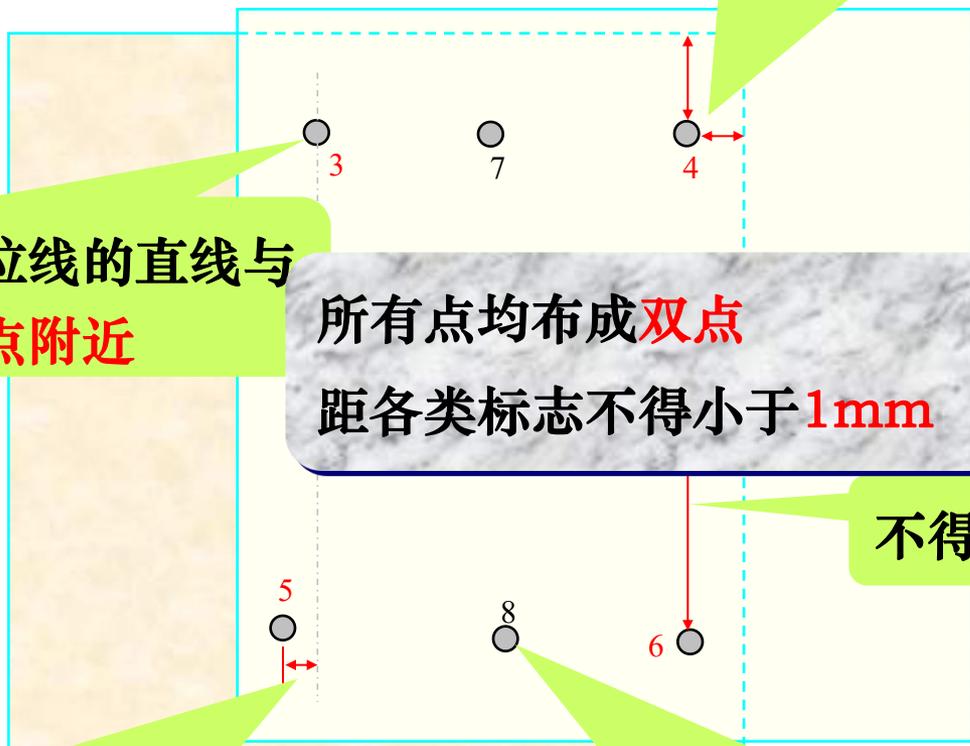
过主点且垂直于方位线的直线与旁向重叠中线的交点附近

所有点均布成**双点**  
距各类标志不得小于1mm

不得小于5cm

不得大于1cm  
困难时，不得大于1.5cm

应在56两点连线中点1cm范围内



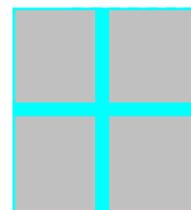
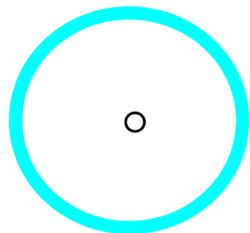
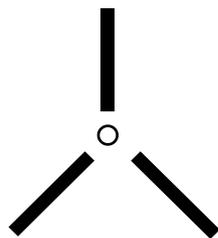
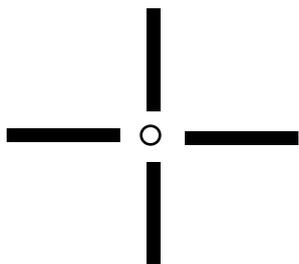
# 影像连接点的类型

- 明显地物点 (自然点)
- 标志点 (精度高时采用)
- 人工转刺点 (很少使用)
- 仪器转刺点 (传统作业方法)
- 数字影像匹配转点 (目前最普遍采用的方法)

# 明显地物点



# 标志点



- 标志的大小
- 增加辅标
- 与地物的反差

## 二、像点坐标的系统误差及改正

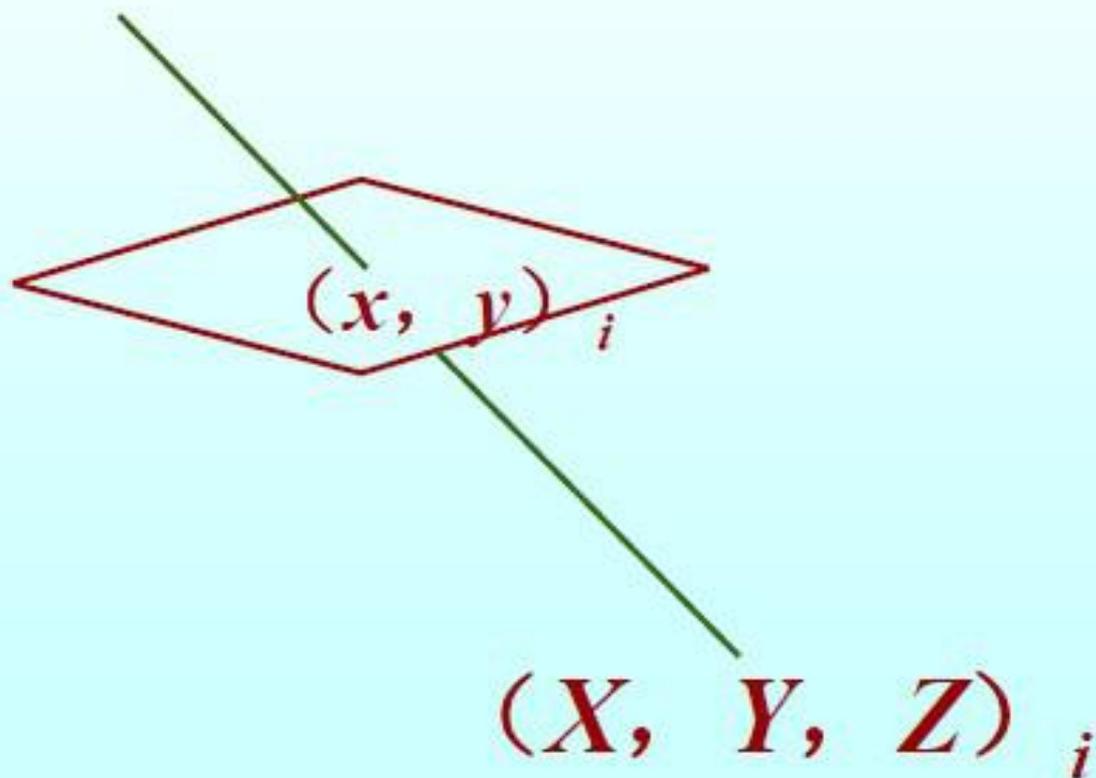
### 经典的构像方程 (Imaging Equations)

$$\left. \begin{aligned} x &= -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y &= -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} X - X_s &= (Z - Z_s) \frac{a_1 x + a_2 y - a_3 f}{c_1 x + c_2 y - c_3 f} \\ Y - Y_s &= (Z - Z_s) \frac{b_1 x + b_2 y - b_3 f}{c_1 x + c_2 y - c_3 f} \end{aligned} \right\}$$

## 像点坐标量测及系统误差改正

- 像点坐标观测值是空中三角测量的解析计算基础



## 问题的引出

理想状况下的构像方程在实际应用中需考虑的问题:

- 经摄影处理后，量测的像点位置是否为摄影时构像位置？
- 在实际成像过程中，是否真的满足像点、投影中心、物点三者共线？



最终体现为像点的系统误差。

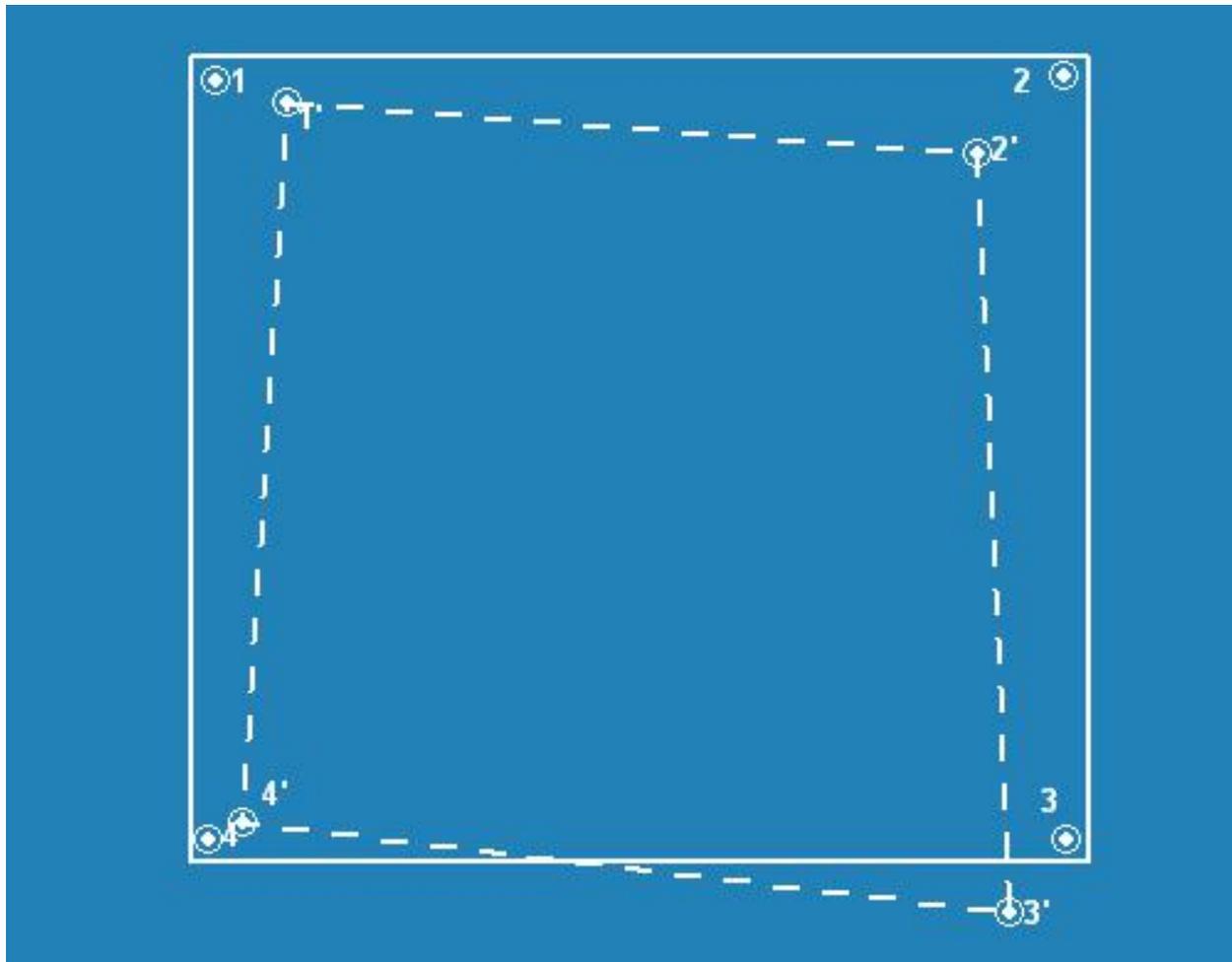
## 二、像点坐标的系统误差及改正

引起误差的主要因素包括：

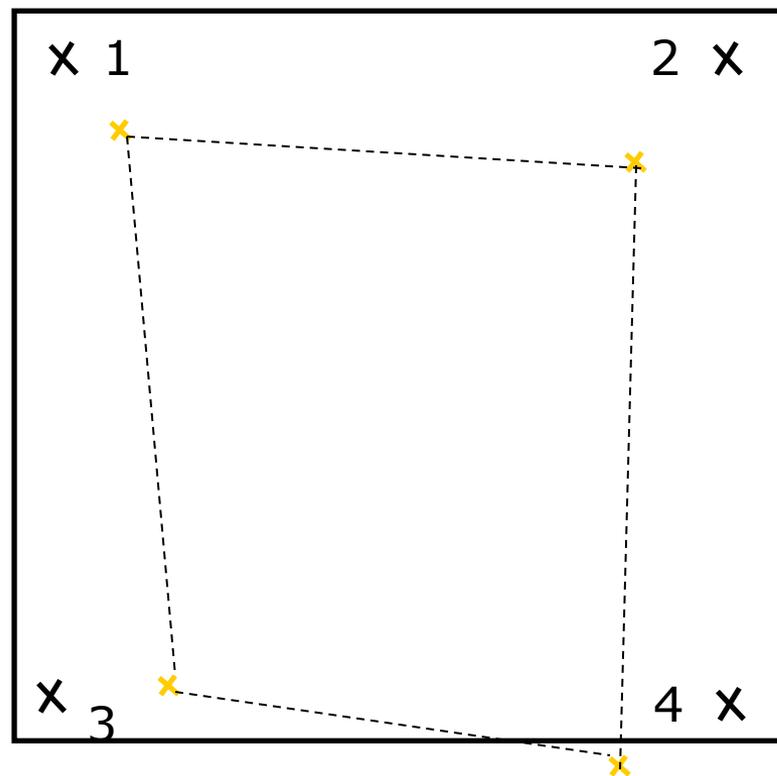
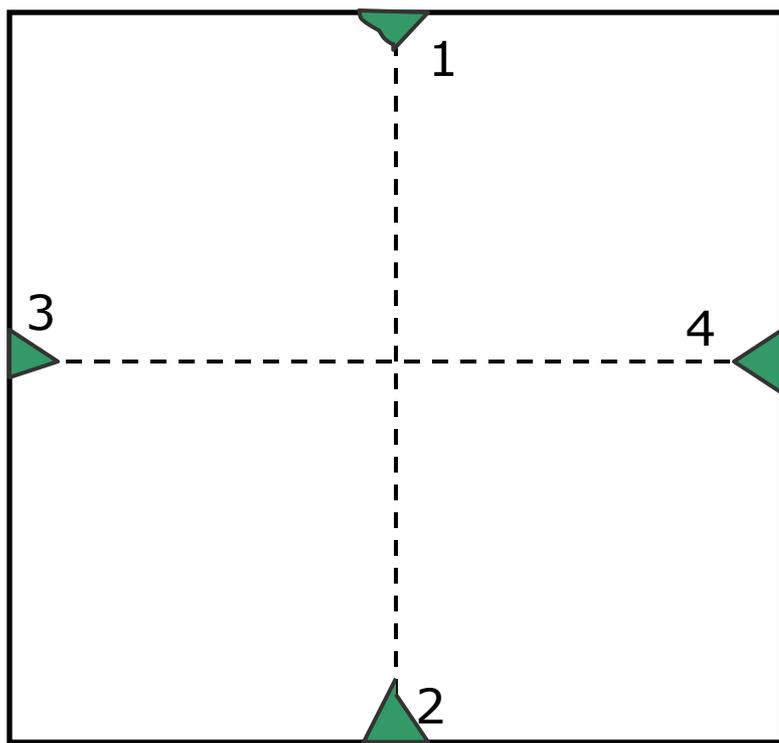
- 物镜畸变
- 底片变形
- 大气折光
- 地球曲率

## 二、像点坐标量测与系统误差及改正

### ■ 1、底片变形改正



会引起像幅的增大或缩小，甚至切错变换，可根据  
像片上的框标位置来改正像点坐标。



## 变形原因:

- 在摄影曝光时，为压平底片，航摄软片要承受一定的拉力；
- 航摄像片经过显影、定影，水洗和干燥等一系列处理，产生伸缩；
- 随着时间的推移，底片要产生老化；

## •边框标：量测框标距

改正方法：比较航空摄影机的框标与像片上的框标构像在x、y方向上的长度

改正公式：

$$x' = x \frac{L_x}{l_x}$$

$$y' = y \frac{L_y}{l_y}$$

式中 $L_x$ ， $L_y$ 为框标之间的正确距离， $l_x$ ， $l_y$ 为框标之间在像片上的量测距离， $x$ ， $y$ 为像点坐标的量测值。

## • 角框标：量测四个框标坐标

改正公式：

$$x = a_1 + a_2x' + a_3y' + a_4x'y'$$
$$y = b_1 + b_2x' + b_3y' + b_4x'y'$$

$a_i, b_i$  为待定变换参数

$x', y'$  为在像片上量测的像点坐标

$x, y$  为经改正后的像点坐标

改正方法：

量测像片上框标的坐标，代入公式中，求出待定变换参数，则任意一点的坐标均可改正

## 变形误差改正过程:

量测四个以上框标点的像点坐标  $(x', y')_i, i = 1, 2, 3 \cdots n$

获取相应框标点在像平面坐标系  $o-xy$  中的鉴定坐标

$$(\bar{x}, \bar{y})_i, i = 1, 2, 3 \cdots n$$

由坐标变换式列误差方程, 平差解得变换系数  $a_1 \sim b_4$

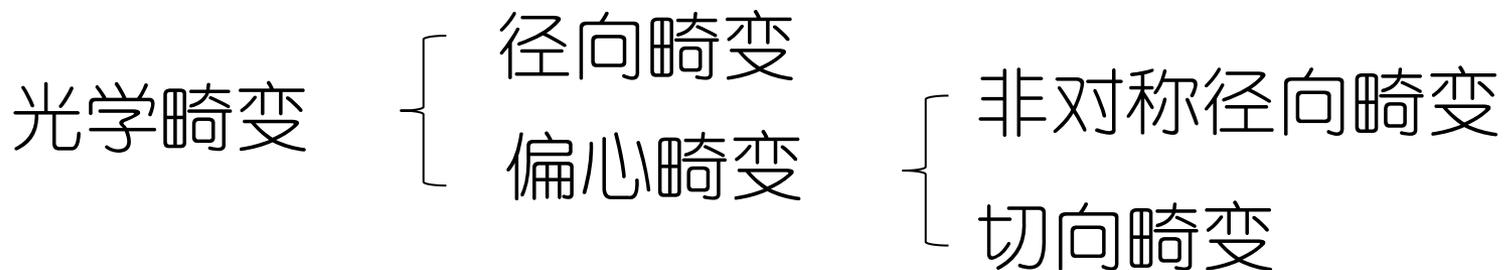
将任一像点的坐标量测值  $(x', y')$  代入坐标变换式算得正确值  $(\bar{x}, \bar{y})$

## 二、像点坐标量测与系统误差及改正

### 2、摄影机物镜畸变对像片影像的影响

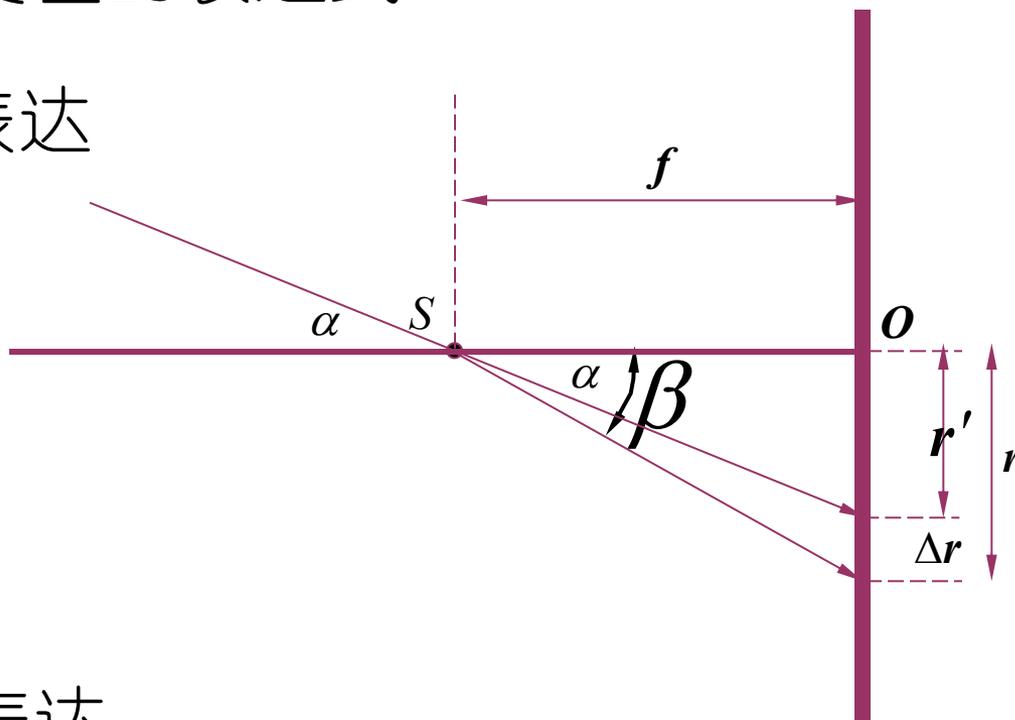
摄影机物镜系统设计、制作和装配中所引起的像点偏离其理想位置的点位误差称为**光学畸变差**。光学畸变差是影响像点坐标质量的一项重要系统误差。

#### (1) 光学畸变的构成



## (2) 径向畸变差的表达式

- 物理表达



- 数学表达

$$\Delta r = r - f \tan \alpha$$

不同像点的径向畸变差不同——与入射角  $\alpha$  有关，与主距有关，与像点的位置有关；

$$\Delta r = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7 + \dots$$

$k_0, k_1, k_2, k_3, \dots$ ——径向畸变系数，

可通过摄影机鉴定得到

$r$ ——向径， $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$

一般情况下，在航摄仪检定表中，提供了不同辐射距上的畸变差值，通过公式反算待定参数，从而可求任意像点的畸变差值。

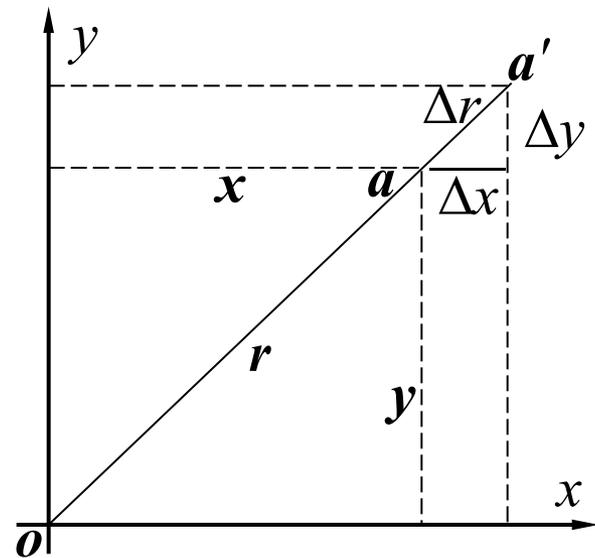
## ● 畸变差的改正方法

将畸变差分解在x, y方向, 有

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta x}{x} = -\frac{\Delta y}{y}$$

$$\Delta x = -x \frac{\Delta r}{r} = -x(k_0 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)$$

$$\Delta y = -y \frac{\Delta r}{r} = -y(k_0 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)$$



此处, x, y应为改正底片变形后的像点坐标。

对绝大多数物镜而言, 取三个畸变系数已足够描述物镜畸变; 质量好的物镜, 可取前两个系数。

## ■ 像点坐标改正公式

$$\Delta x = -x' \frac{\Delta r}{r} = -x' (k_0 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)$$

$$\Delta y = -y' \frac{\Delta r}{r} = -y' (k_0 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)$$

经物镜畸变差改正后的像点坐标为

$$x = x' + \Delta x$$

$$y = y' + \Delta y$$

Camera Dialog



Cameras

- 1
  - Platform
  - Calibration
  - GNSS /
  - Distortion
  - Comments

Distortion

Use correction of type:

Distortion Values

Symmetric radial distortion coefficients:

K0:  K1:  K2:  K3:   
 K4:  K5:  K6:  K7:

The correction for the radial distortion of a measured point is computed by the following equations:

$$dX = X ( K0 + K1*r^2 + K2*r^4 + K3*r^6 + K4*r^8 + K5*r^{10} \dots )$$

$$dY = Y ( K0 + K1*r^2 + K2*r^4 + K3*r^6 + K4*r^8 + K5*r^{10} \dots )$$

Decentering distortion coefficients:

P1:  P2:  P3:  P4:

The correction for the decentering distortion of a measured point is computed by the following equations:

$$dX = ( 1 + P3*r^2 + P4*r^4 \dots ) ( P1 ( r^2 + 2*X^2 ) + 2*P2*X*Y )$$

$$dY = ( 1 + P3*r^2 + P4*r^4 \dots ) ( 2*P1*X*Y + P2 ( r^2 + 2*Y^2 ) )$$

Where r is the radial distance from the measured point to the PPS. X, Y are the measured point coordinates referring to PPS.

### 3、大气折光改正

大气折光引起的像点误差随着像点的辐射距离增大而增大。

改正公式:

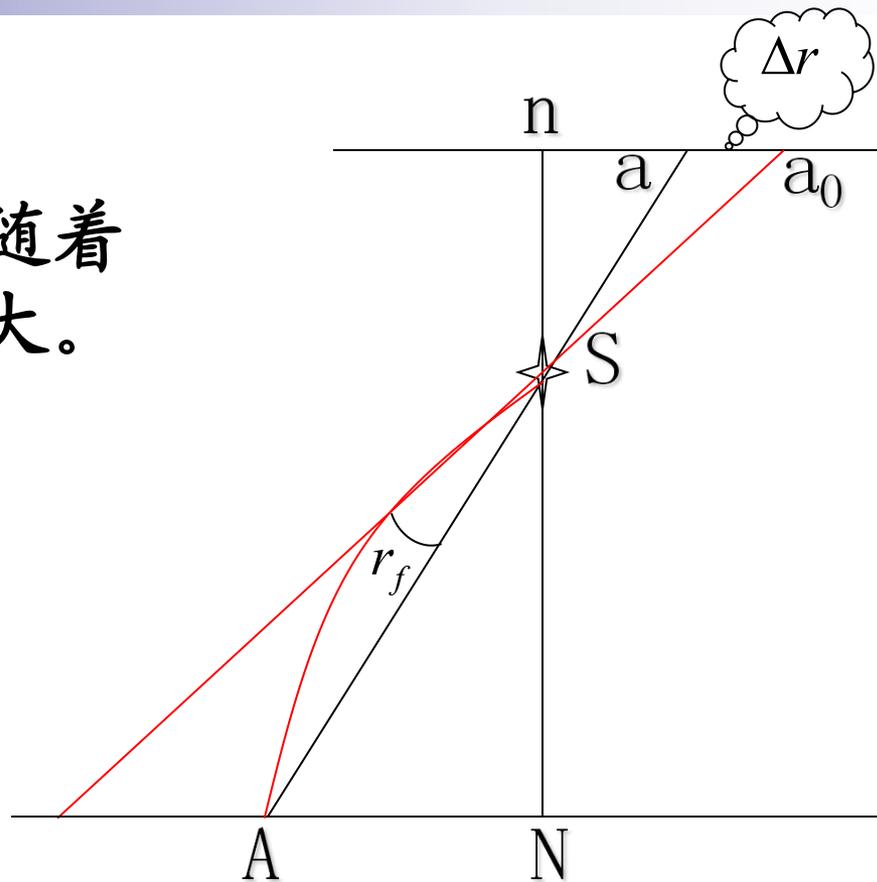
$$\Delta r = -f \left( 1 + \frac{r^2}{f^2} \right) r_f$$

$$\text{其中, } r_f = \frac{n_0 - n_H}{n_0 + n_H} \cdot \frac{r}{f}$$

x、y方向上的像点坐标  
改正数为:

$$dx = \frac{x'}{r} \Delta r$$

$$dy = \frac{y'}{r} \Delta r$$



- 4、地球曲率改正  
地球曲率影响属于投影变化不同引起的差异。

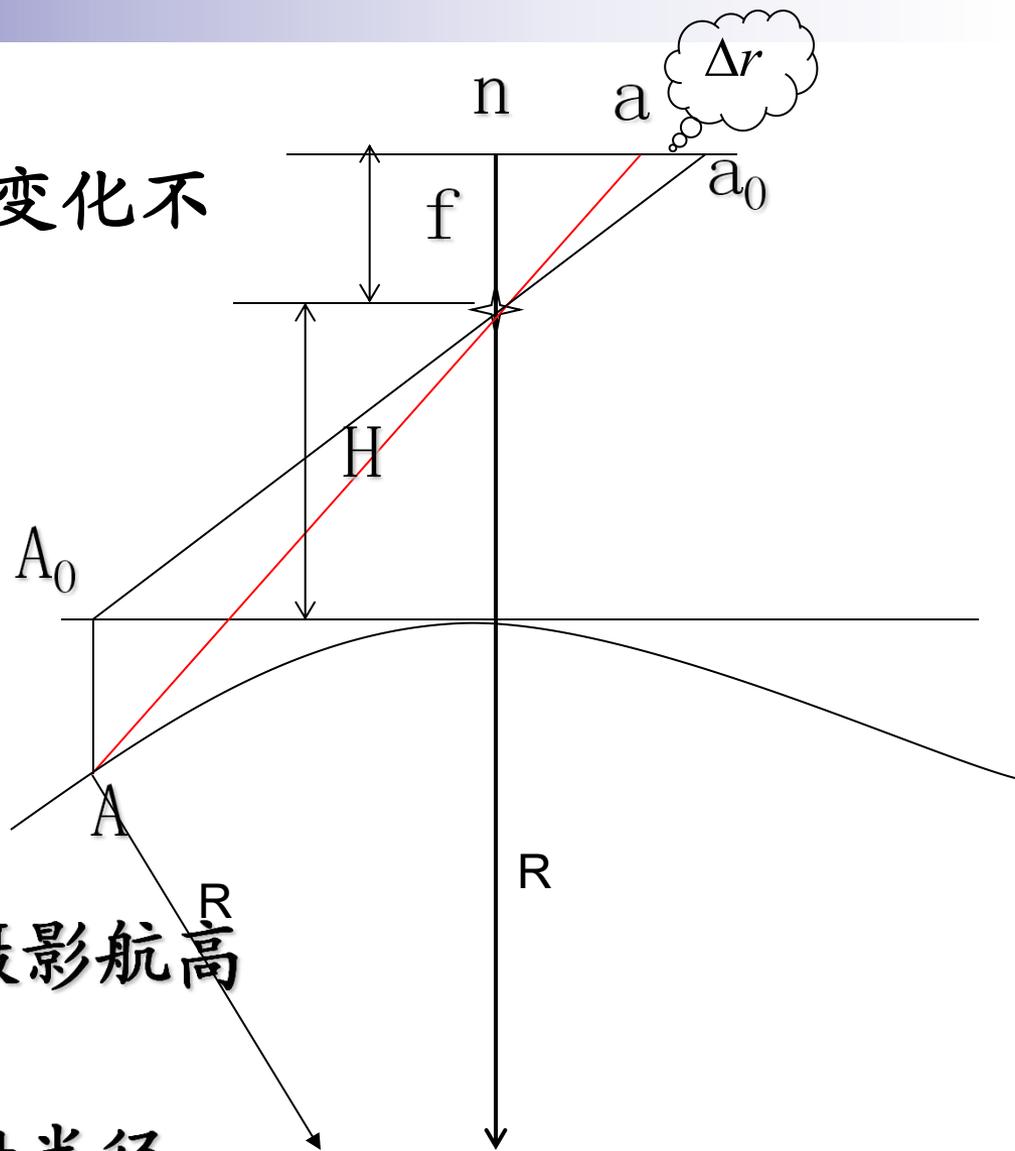
改正公式:

$$\Delta r = \frac{H}{2f^2 R} \cdot r^3$$

H: 相对于摄区基准面的摄影航高

R: 地球的曲率半径

r: 以像主点为中心的辐射半径



像点坐标在x、y方向上的改正值:

$$\delta x = x' \cdot \frac{\Delta r}{r} = x' \left( \frac{r}{f} \right)^2 \cdot \left( \frac{H}{2R} \right)$$

$$\delta y = y' \cdot \frac{\Delta r}{r} = y' \left( \frac{r}{f} \right)^2 \cdot \left( \frac{H}{2R} \right)$$

# 像点坐标的系统误差改正

$$x = x' + \Delta x + dx + \delta x$$

$$y = y' + \Delta y + dy + \delta y$$

底片变  
形

镜头畸  
变

大气折  
光

地球曲  
率

## 6.2 航带网法空中三角测量

# 主要内容

- 一、基本思想与流程
- 二、自由航带网的构建
- 三、单航带空中三角测量
- 四、航带法区域网平差

# 一、思路

航带法空中三角测量研究的对象是一条航带的模型，把一条航带内的每个像对经连续像对相对定向构成一条航带模型，然后，根据航带内地面控制点进行航带模型绝对定向，并改正航带模型的非线性变形，从而获得各加密点的地面坐标。

# 二、解算过程

- ❖ 像点坐标量测，并进行系统误差改正。
- ❖ 连续法相对定向建立单个模型，计算模型点坐标。
- ❖ 模型连接，建立统一的航带模型，计算模型点在统一航带网中的坐标。
- ❖ 航带模型的绝对定向。
- ❖ 航带模型的非线性改正。

# 1. 建立航带模型

## (1) 像点坐标量测及改正系统误差

量测每个像对事先选定好的加密点及控制点的像平面坐标，并对其进行系统误差改正。

## (2) 连续法相对定向，建立单个立体模型

以航带中第一张像片的像空间坐标系为像空间辅助坐标系，以后各像对的像空间辅助坐标系彼此平行，每个像对相对定向以左像片为基准，求出右片相对左片的相对定向元素。

但相对定向后，各模型的像空间辅助坐标系相互平行，但坐标原点和比例尺不同。

### (3)模型连接，建立统一的航带自由网

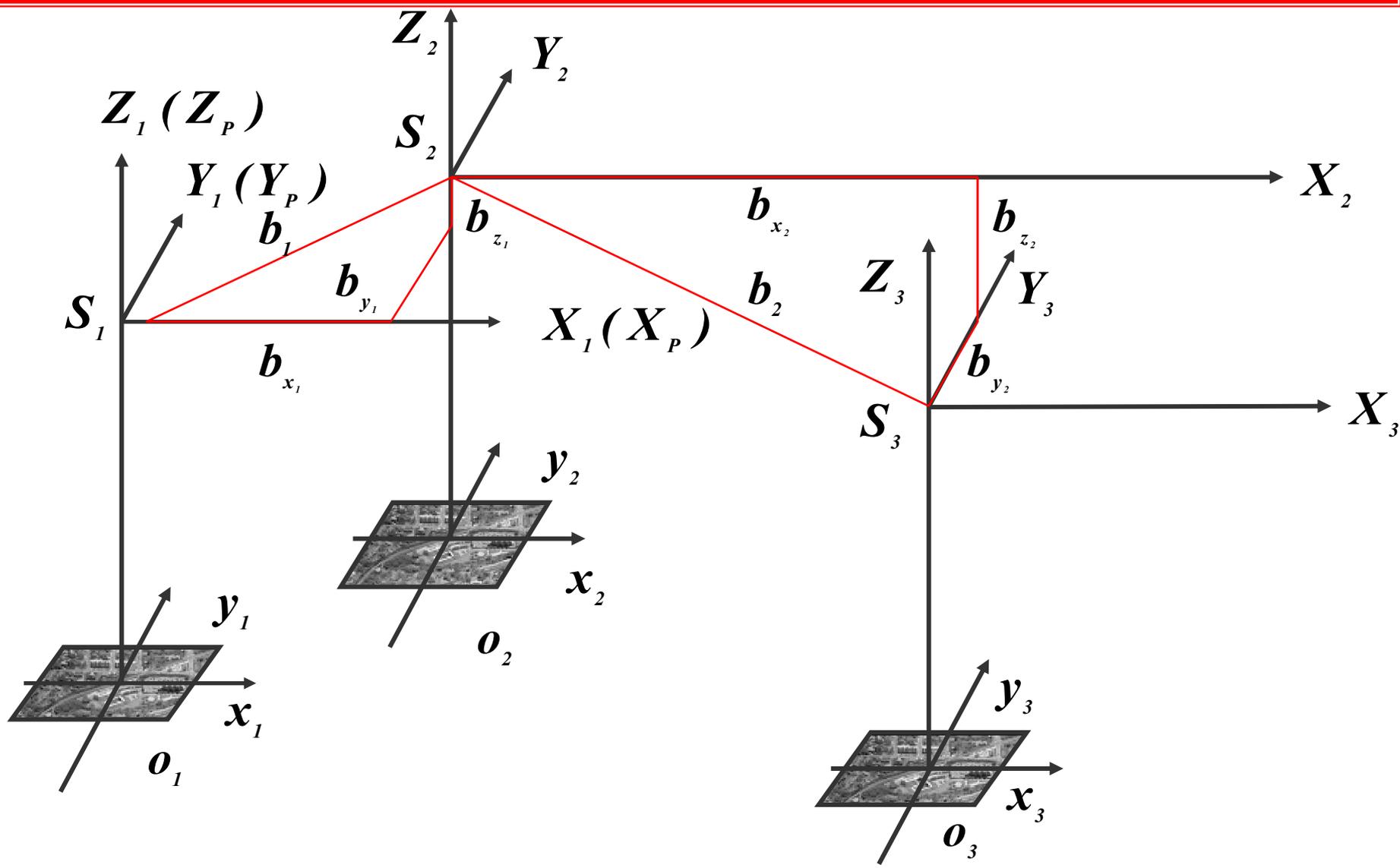
将单个模型连接成航带模型，要将各模型不同的比例尺归化为统一的比例尺。

通常以相邻像对重叠范围内三个连接点的高程应相等为条件，从左向右顺次地将后一模型的比例尺归化到前一模型的比例尺中，建立统一的以第一模型的比例尺为基准的航带模型。

模型连接的实质是求出相邻模型间的比例归化系数。

# 一、自由航带网的构成

自由航带网的构成包括两部分：*像对的相对定向和模型的连接。*



# 1、相对定向

## (1) 航带中第一像对相对定向

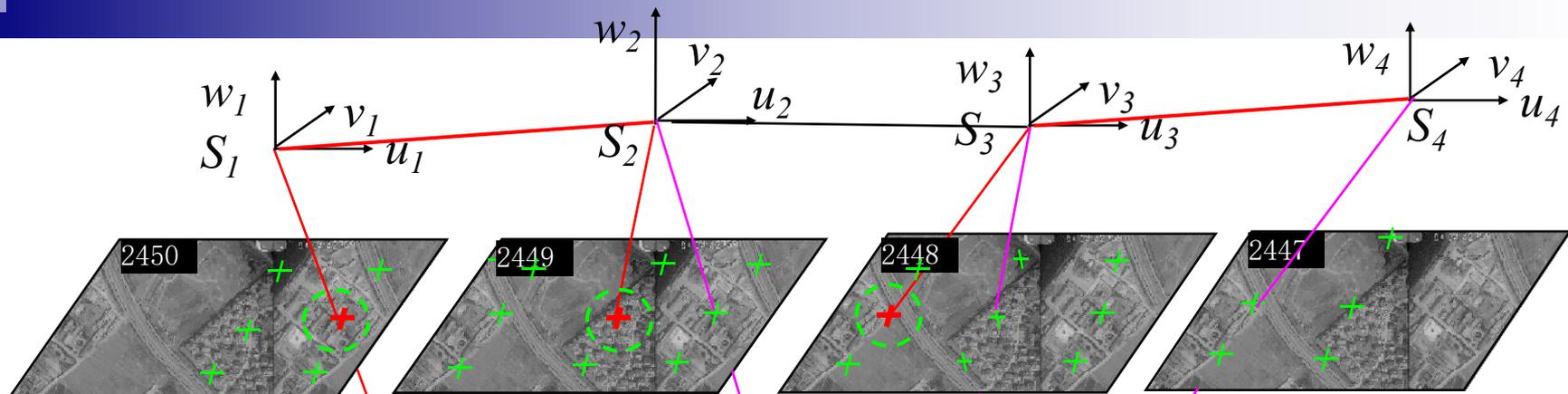
选定的像空间辅助坐标系与左片的像空间坐标系相重合，既左片的角元素全为零。完成相对定向后，得出右片相对与左片的三个角元素，既是右片的像空间坐标系相对于像空间辅助坐标系的角元素。

## (2) 第二像对及以后像对相对定向

第二像对以后各像对中左片的三个角元素，均取前一个像对中右片的角元素作为固定值，在完成相对定向过程中保持不变，只改变像对中的右片。

## (3) 完成相对定向后的特点：

各模型的像空间辅助坐标系、坐标轴向都保持平行，模型比例尺各不相同，坐标原点也不一致。



以航带中第一张像片的像空间坐标系为像空辅，以后各像对的像空辅彼此平行

$$\begin{aligned}
 U &= N_1 u_1 = b_u + N_2 u_2 \\
 V &= N_1 v_1 = b_v + N_2 v_2 \\
 W &= N_1 w_1 = b_w + N_2 w_2
 \end{aligned}$$



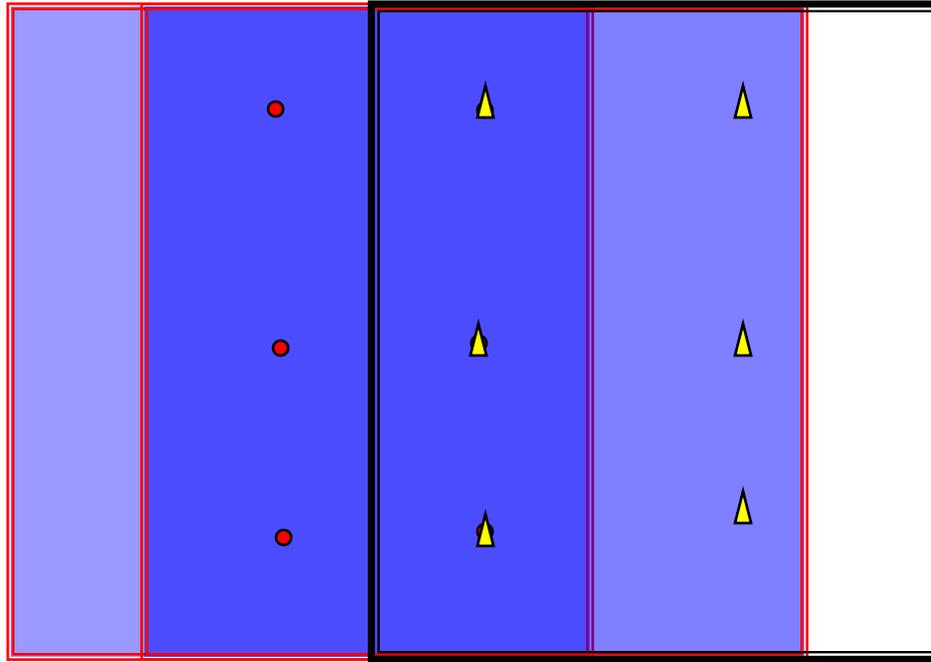
连续法相对定向建立单个立体模型后：①各模型的像空间辅助坐标系互相平行. ② 坐标原点和各个模型的比例尺不尽相同

## 2、模型连接

- 航带内各立体模型利用公共点进行连接，建立起统一的航带网模型。
- 相对定向完成以后，各像对的像空间辅助坐标都纳入到统一的坐标系中，各模型的基线分量  $b_x$  彼此平行。但是各模型的基线分量  $b_x$  是各自独立选取的，这样就造成了各模型的比例尺大小不一致，若要将航带内所有模型连接构成航带网，必须要进行各模型之间比例尺的归算。
- 航带内各单个模型建立以后，以相邻两模型重叠范围内三个连接点的**高度应相等**为条件，沿航带从左至右，逐个模型的归化比例尺，统一坐标原点，使全航带各模型连接成一个统一的自由航带网模型，将模型点的坐标换算到摄影测量坐标系中。

模型连接的实质就是比例尺归化，然后计算模型点坐标。

## (1)、统一比例尺

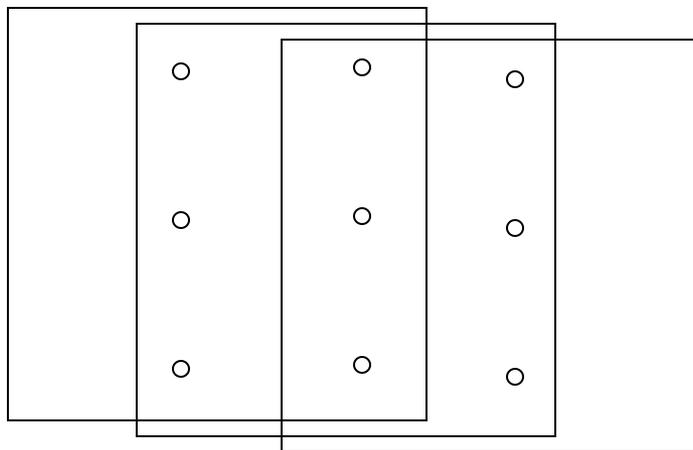


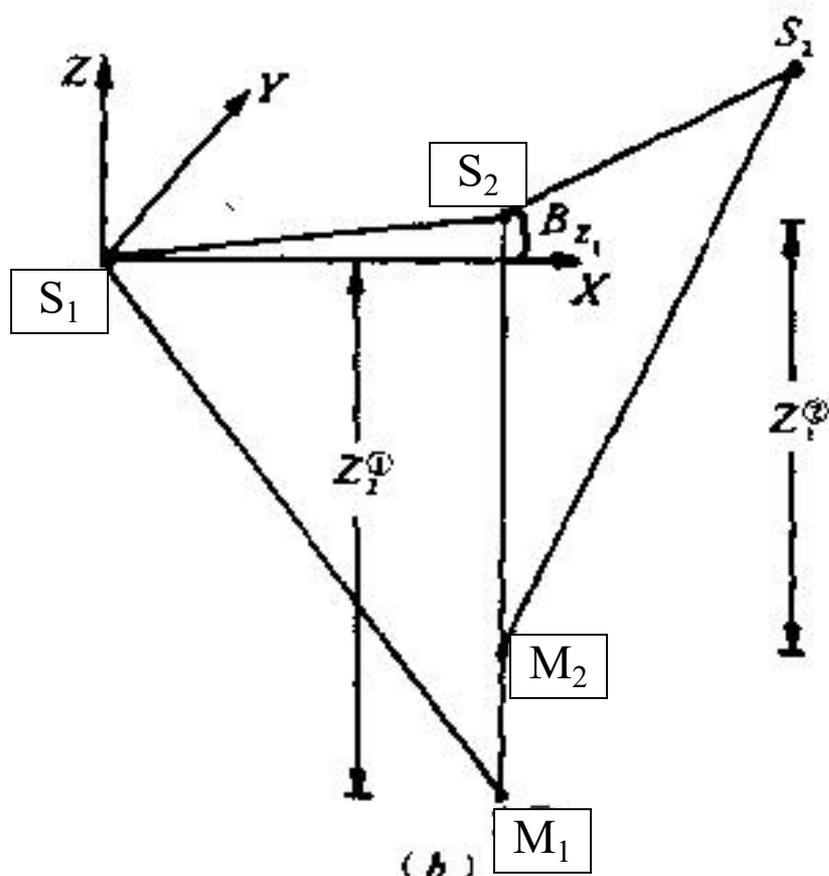
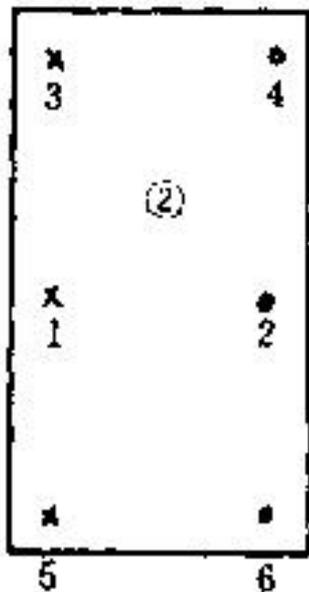
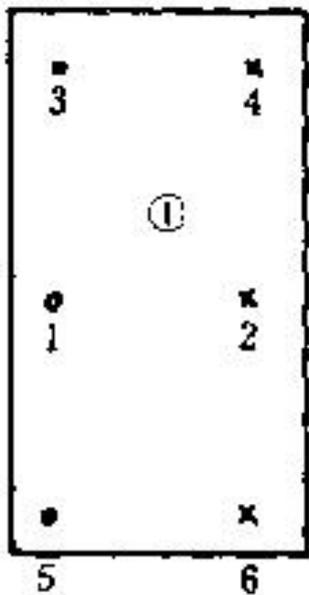
通过比例尺统一后，就可以求得各单个模型比例尺一致的坐标，还需要将各单个模型连接成一个整体的航带模型，即将航带中所有的摄站点、模型点的坐标都纳入到全航带统一的摄影测量坐标系中，构成自由航带网。

由于模型的基线分量 $b_u$ 是各自独立选取的，造成了各模型的比例尺大小不一致，必须进行模型比例尺的归化。

## 模型比例尺的归化

利用相邻模型公共点的Z坐标值进行归化。



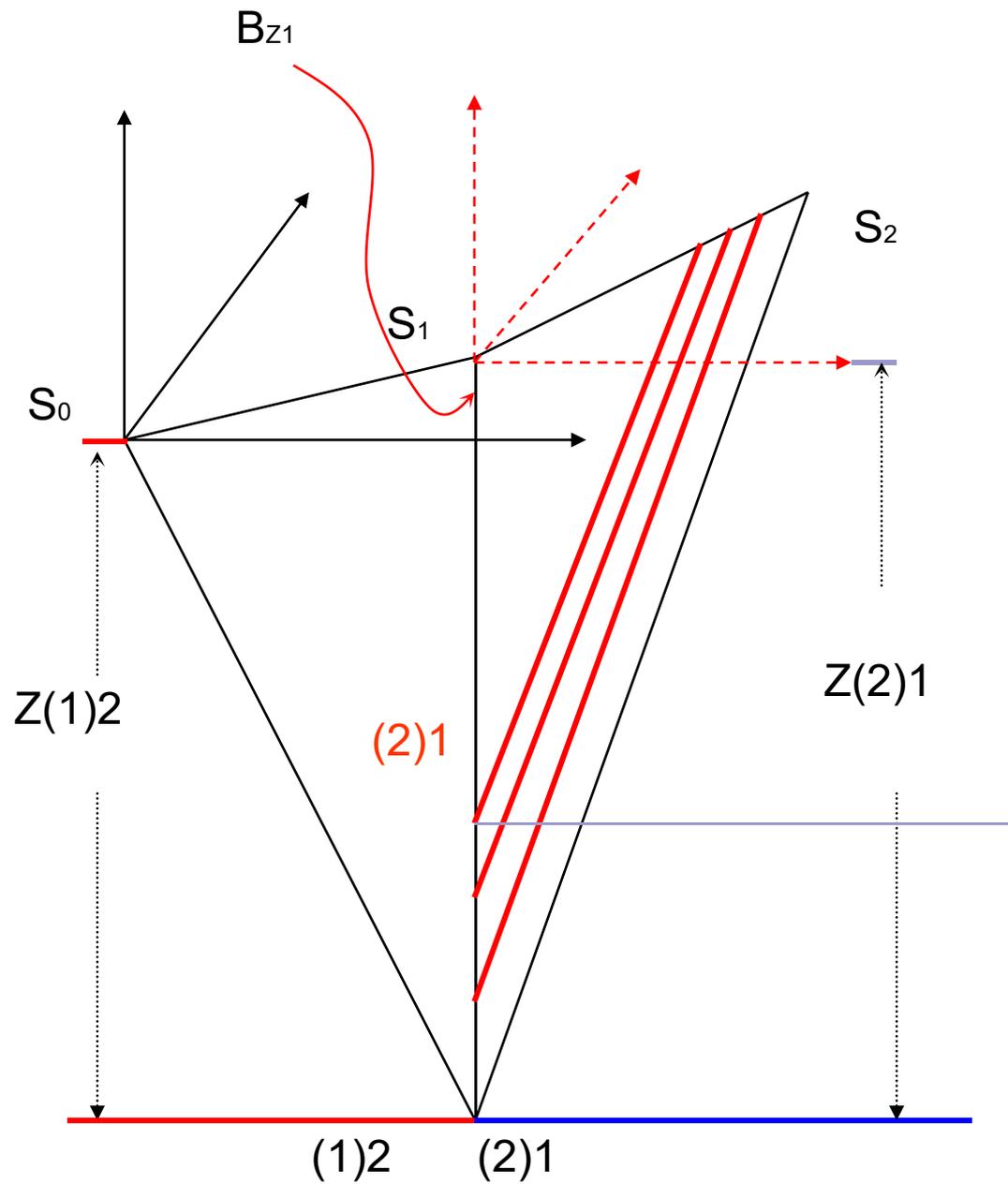


$$k = \frac{S_2 M_1}{S_2 M_2} = \frac{(N_2 w_2)_{\text{模型1}}}{(N_1 w_1)_{\text{模型2}}} = \frac{(N_1 w_1)_{\text{模型1}} - b_w}{(N_1 w_1)_{\text{模型2}}}$$

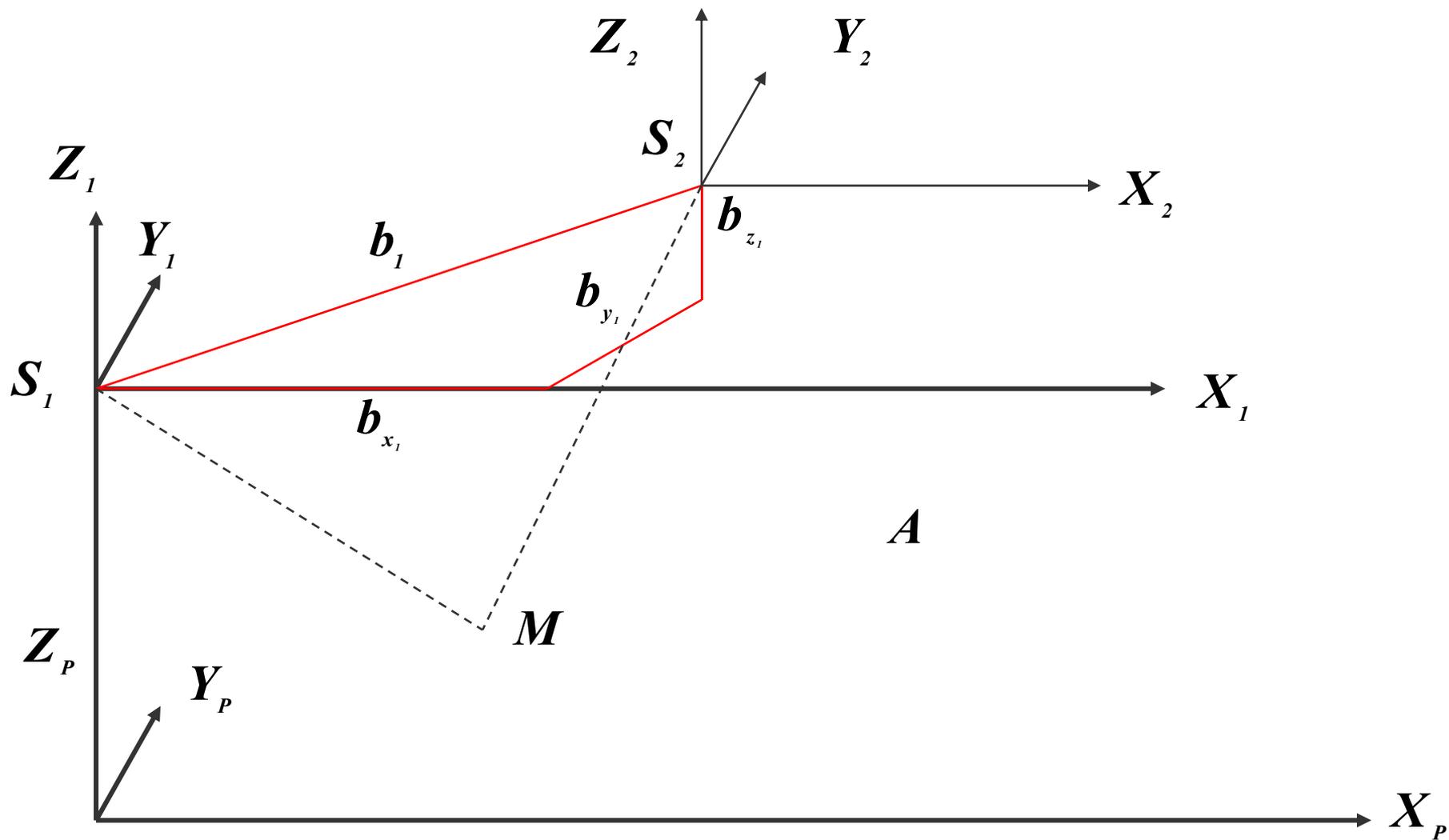
$$k = \frac{1}{3} (k_1 + k_2 + k_3)$$

求出模型比例尺后，在后一个模型中，每一点的空间辅助坐标以及基线分量  $b_u$ 、 $b_v$ 、 $b_w$  均乘以归化系数，就可以获得与前一模型比例尺一致的坐标。

因此模型连接的实质是求出相邻模型间的比例归化系数。



## (2)、自由航带网模型坐标计算



模型点坐标换算到统一的摄影测量坐标系

## 第一个模型中模型点坐标计算

$S_1$ 在摄影测量坐标系中的 坐标值为：

$$X_{PS_1} = Y_{PS_1} = 0, Z_{PS_1} = mf$$

$S_2$ 在摄影测量坐标系中的 坐标值为：

$$\left. \begin{aligned} X_{PS_2} &= X_{PS_1} + mb_x = B_X \\ Y_{PS_2} &= Y_{PS_1} + mb_y = B_Y \\ Z_{PS_2} &= Z_{PS_1} + mb_z = B_Z \end{aligned} \right\}$$

第一个模型中任一点  $M$ 的摄影测量坐标为：

$$\left. \begin{aligned} X_{PM} &= X_{PS_1} + N_1 X_1 \cdot m = m \cdot N_1 X \\ Y_{PM} &= \frac{1}{2} m (N_1 Y_1 + N_2 Y_2 + b_y) \\ Z_{PM} &= Z_{PS_1} + m \cdot N_1 Z_1 = mf + m \cdot N_1 Z \end{aligned} \right\}$$

## 2. 航带模型的绝对定向

航带模型的绝对定向是把航带模型视为一个整体，将航带模型在航带辅助坐标系中的坐标 $(U, V, W)$ 纳入到地面摄影测量坐标系中，取得模型点的地面摄影测量坐标值 $(X, Y, Z)$ 。

主要流程：

将控制点的地面坐标转化为地面摄影测量坐标；

计算重心坐标和重心化坐标；

建立绝对定向的误差方程，并进行法化求解，解算出绝对定向元素并把绝对定向元素再代入空间相似变换式，解算出所有模型点经绝对定向后的地面摄影测量坐标。

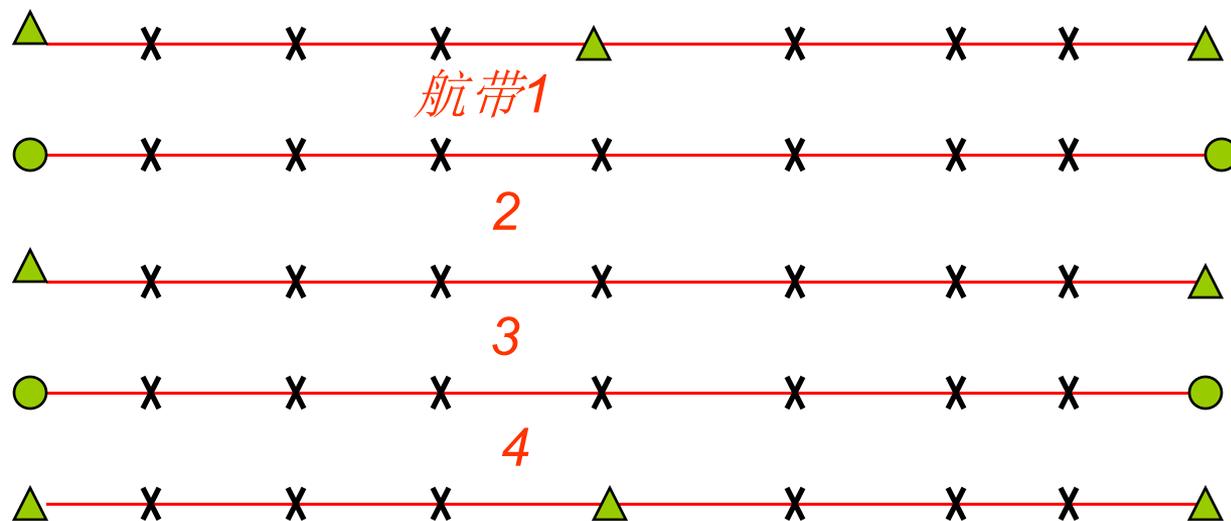
### 3. 航带模型的非线性化改正

- 航带模型绝对定向后，所构成的航带模型仍存在残余系统误差和偶然误差的影响，这主要是因为因为在构建航带网的过程中，模型连接时误差的传递积累使航带网产生模型扭曲，所以需进行航带网的非线性变形改正。
- 通常采用多项式曲面来逼近复杂的变形曲面，利用提供的控制点的已知值与加密值之间的不符值，通过最小二乘拟和曲面上的变形值与实际相差最小。
- 航带网整体平差的实质是以一条航带模型为平差单元，解求航带的非线性改正系数，即多项式系数。

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= A_0 + A_1 \bar{X} + A_2 \bar{Y} + A_3 \bar{X}^2 + A_4 \bar{X}\bar{Y} + A_5 \bar{X}^3 + A_6 \bar{X}^2 \bar{Y} \\ \Delta Y &= B_0 + B_1 \bar{X} + B_2 \bar{Y} + B_3 \bar{X}^2 + B_4 \bar{X}\bar{Y} + B_5 \bar{X}^3 + B_6 \bar{X}^2 \bar{Y} \\ \Delta Z &= C_0 + C_1 \bar{X} + C_2 \bar{Y} + C_3 \bar{X}^2 + C_4 \bar{X}\bar{Y} + C_5 \bar{X}^3 + C_6 \bar{X}^2 \bar{Y} \end{aligned} \right\}$$

### 三、航带网法区域网平差

单航带法解析空中三角测量是把一条航带作为独立的解算单元，求出待定点的地面坐标。而航带法区域网平差则是以单航带为基础，把几条航带或一个测区作为一个解算的整体，同时求得整个测区内全部待定点的坐标。



# 三、航带网法区域网平差

- 航带网法区域网平差，是以单航带作为基础，由几条航带构成一个区域整体平差，解求各航带的非线性变形改正系数，进而求得整个测区内全部待定点的坐标。其主要步骤如下：
  - (1)按单航带模型法分别建立航带模型，以取得各航带模型点在本航带统一的辅助坐标系中的坐标值。
  - (2)各航带模型的绝对定向
  - (3)计算重心坐标及重心化坐标
  - (4)根据模型中控制点的加密坐标应与外业实测坐标相等以及相邻航带间公共连接点的坐标应相等为条件，列出误差方程式，整体解求各航带的非线性改正系数
  - (5)用平差计算得出的多项式系数，分别计算各模型点改正后的坐标值。

## 6.3 独立模型法区域网空中三角测量

### 一、思路

为了避免误差的累积,可以以单模型(或双模型)为平差计算单元,由一个个相互连接的单模型既可以构成一条航带网,也可以组成一个区域网,但是,构网过程中的误差却被限制在单个模型内,而不会发生误差累积,这样,就可以克服航带法空中三角测量的不足,有利于加密精度的提高。

独立模型法空中三角测量是把单元模型视为刚体,利用各单元模型间的公共点彼此连接成一个区域。在连接过程中,每个单元模型只做旋转、缩放和平移。在变换中要使模型间公共点的坐标尽可能一致,控制点的摄测坐标与其地面坐标尽可能一致,同时观测值的改正数的平方和最小,然后按照最小二乘法原理求得待定点的地面摄测坐标。

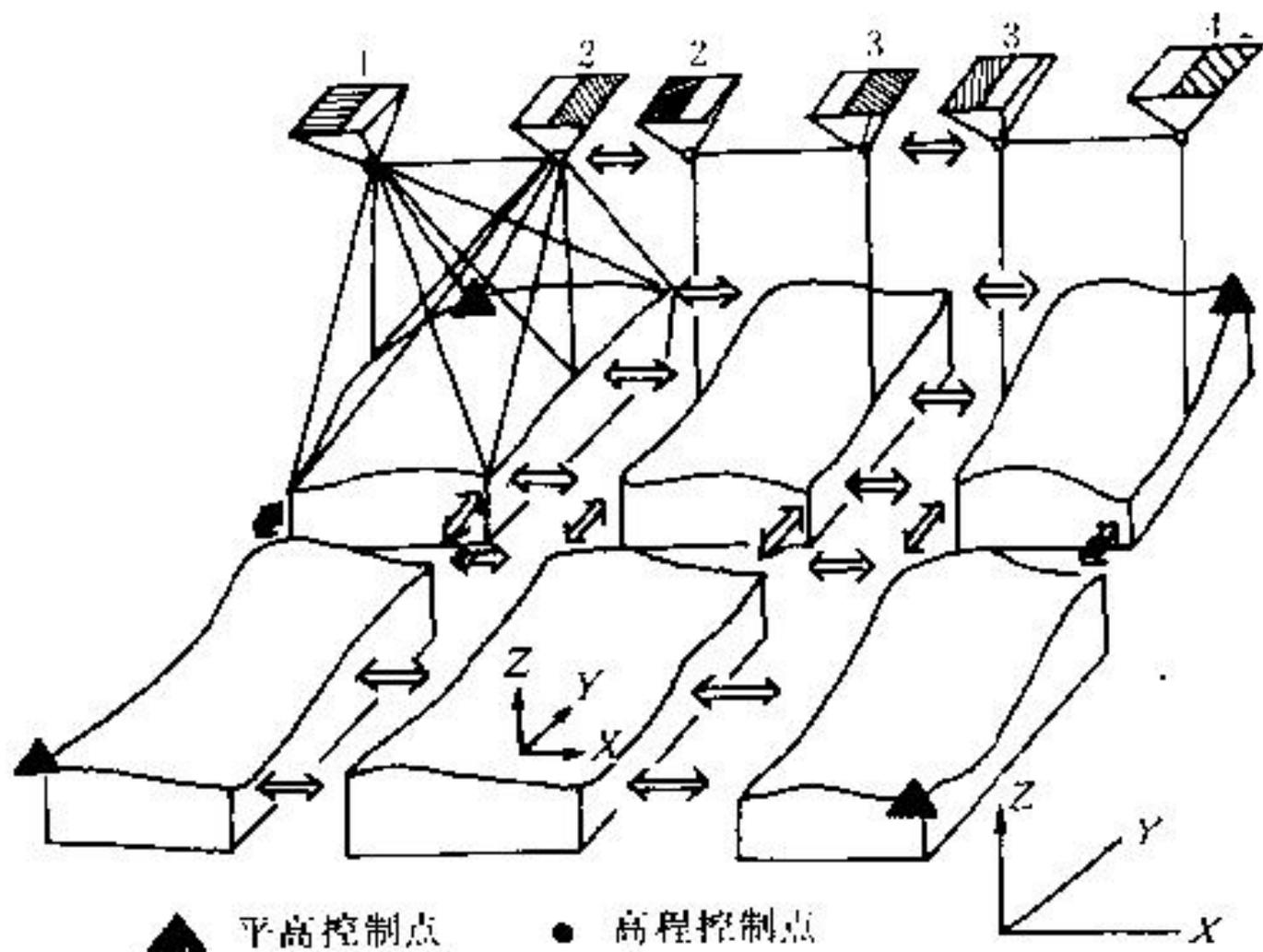
## 一、思路

平差模型：基于单独法相对定向建立起的单元模型

平差条件：模型间公共点的坐标尽可能一致，控制点的计算坐标应与其地面摄测坐标尽可能一致，包括公共摄站点在内。

平差目的：按最小二乘法原理，确定每一单元模型的旋转、平移和缩放参数（7个），以取得单元模型在区域中的最或是位置，从而确定待定点的地面坐标的方法。

平差模型：空间相似变换公式



## 二、独立模型法空中三角测量的主要内容

- ❖ **单独法**相对定向建立单元模型，获得各单元模型的模型点坐标，包括摄影站点。
- ❖ 利用相邻模型公共点和所在模型中的控制点，各单元模型分别作三维线性化变换，按各自的条件列出误差方程式及法方程式。
- ❖ 建立全区域的改化法方程式，并按循环分块法来求解，求得每个模型点的七个绝对定向元素。
- ❖ 按平差后求得的七个绝对定向元素，计算每个单元模型中待定点的坐标。

### 三、独立模型法空中三角测量的数学模型

#### 1、建立单元模型

用单独像对相对定向法建立单元模型，求出模型点在各自像空间辅助坐标系中的坐标。

#### 2、单个模型的空间相似变换

取航线左端第一个单元模型的像空间辅助坐标系作为全航线统一的辅助坐标系。利用公共点完成。

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} \overline{X} \\ \overline{Y} \\ \overline{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}$$

- 3、线性化列出误差方程式

$$- \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \bar{X} & \bar{Z} & 0 & -\bar{Y} \\ 0 & 1 & 0 & \bar{Y} & 0 & -\bar{Z} & \bar{X} \\ 0 & 0 & 1 & \bar{Z} & -\bar{X} & \bar{Y} & 0 \end{bmatrix}_{i,j} \begin{bmatrix} dX_g \\ dY_g \\ dZ_g \\ d\lambda \\ d\phi \\ d\omega \\ d\kappa \end{bmatrix}_j - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{i,j} - \begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix}_{i,j}$$

当模型点为控制点时,常数项为:

$$\begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix}_{i,j} = \begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix}_i - \lambda R \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_{i,j} - \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}_j$$

当为待定点时,常数项为:

$$\begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix}_{i,j} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_i - \lambda R \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_{i,j} - \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}_j$$

用矩阵形式表示为：

$$-V = At + BX - L$$

相应的法方程式为：

$$\begin{bmatrix} A^T A & A^T B \\ B^T A & B^T B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T L \\ B^T L \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

通常待定点坐标未知数  $X$  的个数要远远大于定向未知数  $t$  的个数，所以在法方程求解时，先消去其中含未知数较多的  $X$ ，得到仅含未知数  $t$  的改化法方程式：

$$(N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T) t = L_1 - N_{12} N_{22}^{-1} L_2$$

$$t = (N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T)^{-1} (L_1 - N_{12} N_{22}^{-1} L_2)$$

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} \overline{X} \\ \overline{Y} \\ \overline{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}$$

# (单独法相对定向)

摄站坐标

$$\begin{aligned} X_{s2} &= X_{s1} + mB_x \\ Y_{s2} &= Y_{s1} + mB_y \\ Z_{s2} &= Z_{s1} + mB_z \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{R} \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

模型坐标

$$\begin{aligned} X_p &= X_{s1} + mX_{\text{新}} \\ Y_p &= Y_{s1} + mY_{\text{新}} \\ Z_p &= Z_{s1} + mZ_{\text{新}} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{新}} = \lambda \mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{s2} \\ Y_{s2} \\ Z_{s2} \end{bmatrix}_{\text{前}}$$

## 五、航线连接，全区域模型概略置平。

将第一条航线模型根据本航线内的已知地面控制点进行概略绝对定向，其后各条航线模型依次根据本航线内已知地面控制点和上一条航线公共模型点进行概略绝对定向。

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U} \\ \bar{V} \\ \bar{W} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}$$

## 六、整体平差

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{tp} \\ \bar{Y}_{tp} \\ \bar{Z}_{tp} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

$\bar{X}_{tp}, \bar{Y}_{tp}, \bar{Z}_{tp}$  是地面摄测坐标的平差值，对加密点而言，用初值加改正数表示。

误差方程式为：

$$V = AX + Bt - L$$

采用改化法方程计算。

计算带宽的公式：

像片沿航带方向编号：

$$m = 7 \times (n + 2)$$

像片垂直于航带方向编号：

$$m = 7 \times (N + 2)$$

# 6.4 光束法区域网空中三角测量

## 一、基本思想与内容

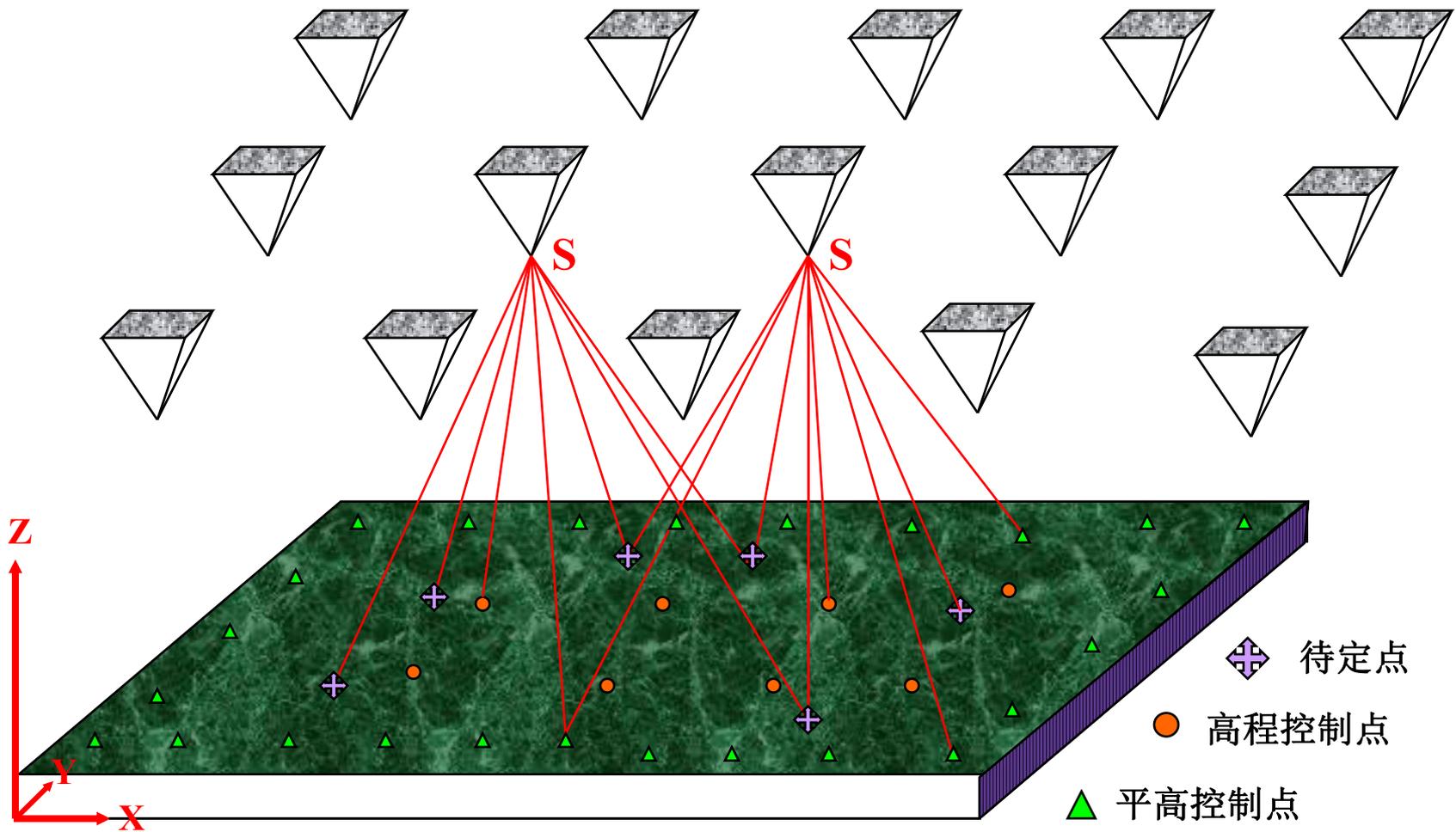
- 以一个**摄影光束**（即一张像片）作为平差计算基本单元，以**共线方程**作为平差的基础方程，通过各个光束在空间的旋转和平移，使模型之间公共点的光线实现最佳的交会，并使整个区域纳入到已知的控制点坐标系统中去，在影像公共点坐标应相等，控制点加密坐标应与地面摄测坐标一致的情况下，保持误差平方和最小的情况下，解求得各像片的外方位元素和加密点的地面坐标。

**平差单元：**一张像片组成的一束摄影光线

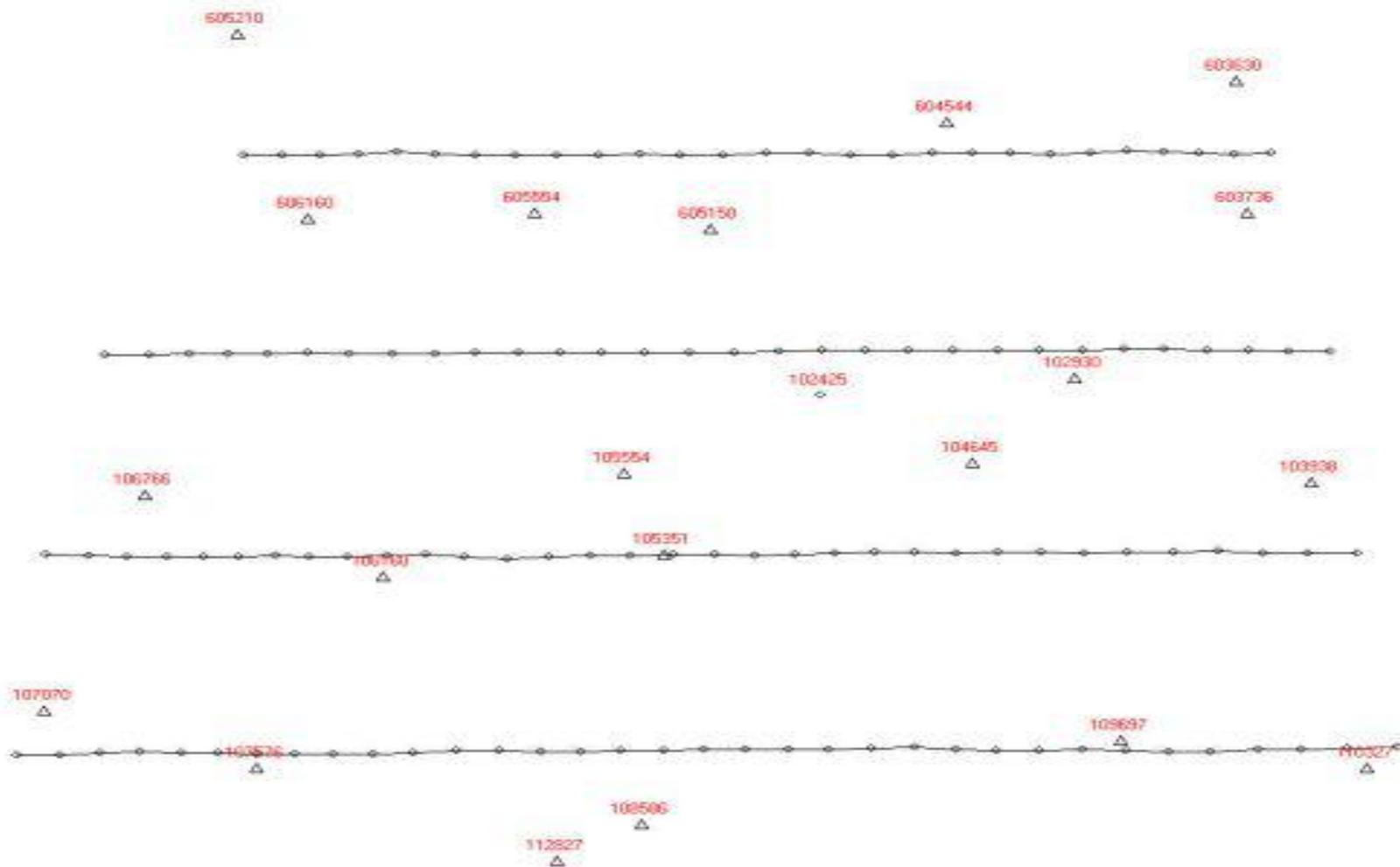
**平差条件：**全区域内的控制点和加密点都确保三点共线条件

**平差目的：**在全区域内进行平差计算，以求得每张像片的六个外方位元素和加密点的地面坐标。

**平差模型：**共线方程式



# 4条航线，124张影像



# 光束法区域网空中三角测量

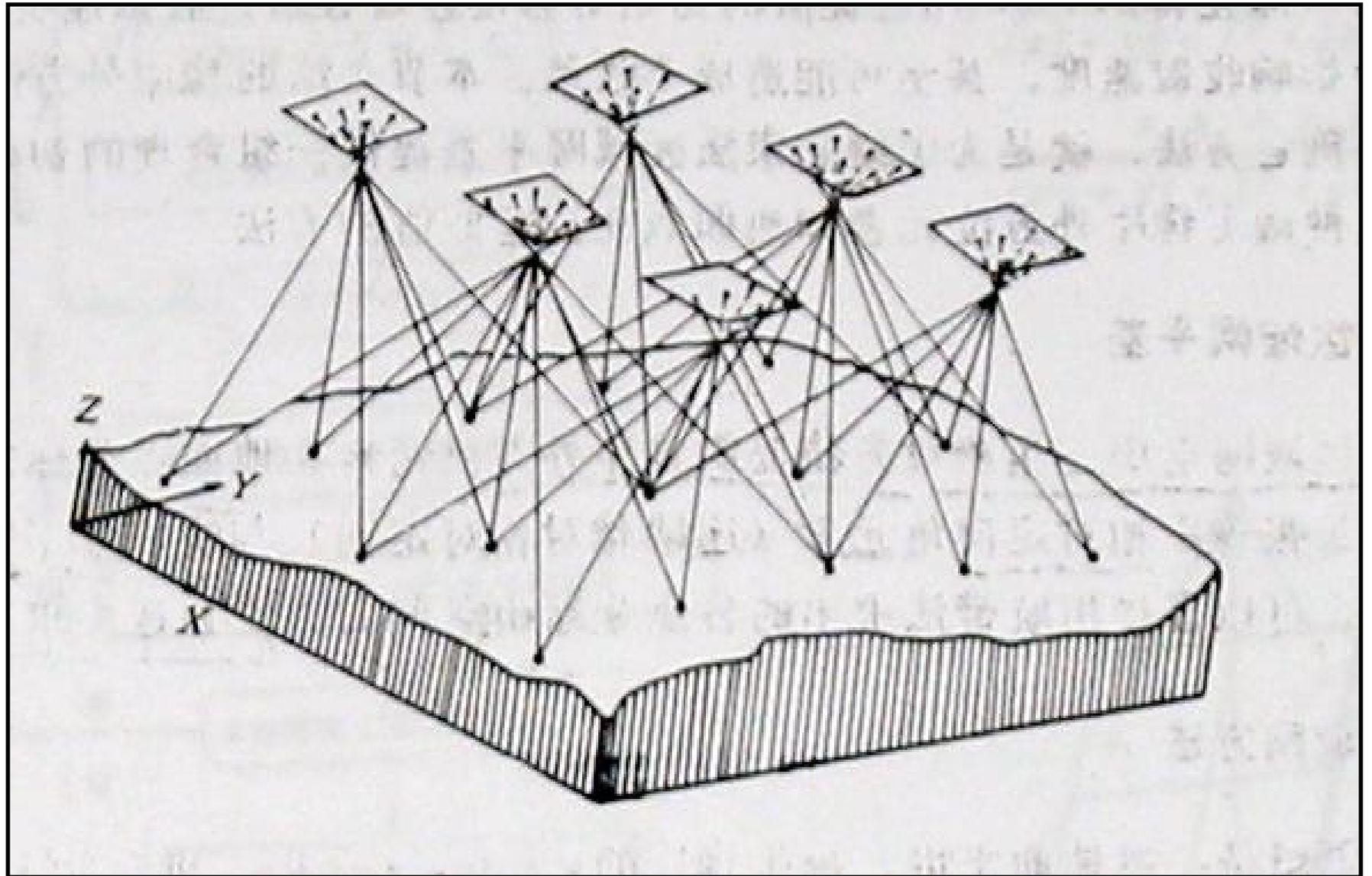
## □ 基础方程：

$$\left. \begin{aligned} x - x_0 &= -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 &= -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{aligned} \right\}$$

- ✓ 根据像片上点的量测坐标求出该点所对应的物方空间坐标

$$(x, y) \rightarrow (X, Y, Z)$$

以及像片的外方位元素  $(X_s, Y_s, Z_s, \dots, \kappa)$



# 6.4 光束法区域网空中三角测量

## • 主要内容及步骤

光束法平差的作业过程:

- 确定像片的外方位元素及地面点坐标的近似值;
- 从每张像片上控制点、待定点的像点坐标出发,按共线条件式列出误差方程式;
- 逐点法化建立改化方程式,按循环分块法解算改化法方程式,先求出其中的一类未知数,通常是外方位元素;
- 利用前方交会求出待定点的地面坐标,公共点坐标取均值。

## 二、光束法平差的数学模型

### 1、整体误差方程式的建立

$$\begin{cases} x - x_0 = -f \frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)} \\ y - y_0 = -f \frac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)} \end{cases}$$

在内方位元素视为已知的情况下,视像点坐标为观测值,误差方程式表示为:

$$\begin{aligned} v_x &= a_{11}dX_S + a_{12}dY_S + a_{13}dZ_S + a_{14}d\varphi + a_{15}d\omega + a_{16}d\kappa - a_{11}dX - a_{12}dY - a_{13}dZ - l_x \\ v_y &= a_{21}dX_S + a_{22}dY_S + a_{23}dZ_S + a_{24}d\varphi + a_{25}d\omega + a_{26}d\kappa - a_{21}dX - a_{22}dY - a_{23}dZ - l_y \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_S \\ dY_S \\ dZ_S \\ d\varphi \\ d\omega \\ d\kappa \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \end{bmatrix}$$

## 二、光束法平差的数学模型

其中

$$l_x = x - (\hat{x}) = x + f \frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$
$$l_y = y - (\hat{y}) = y + f \frac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

写成矩阵形式：

$$V = [A \quad B] \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} - L$$

$$t = [dX_S \quad dY_S \quad dZ_S \quad d\phi \quad d\omega \quad d\kappa]^T$$

$$X = [dX \quad dY \quad dZ]^T$$

法方程式为：

$$\begin{bmatrix} A^T A & A^T B \\ B^T A & B^T B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T L \\ B^T L \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

假设某一区域内有 $N$ 条航带，每条航带有 $n$ 张像片，区域内共有 $m$ 个加密点，则此区域内共有  $6 \times N \times n + 3m$  个未知数。

## 2、改化法方程式

消去未知数改正数，得到的改化法方程式

$$\left( N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T \right) t = u_1 - N_{12} N_{22}^{-1} u_2$$

消去外方位元素，得到的另一组改化法方程式

$$\left( N_{22} - N_{12}^T N_{11}^{-1} N_{12} \right) X = u_2 - N_{12}^T N_{11}^{-1} u_1$$

通常是消去未知数的坐标改正数:

$$\left( N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T \right) t = u_1 - N_{12} N_{22}^{-1} u_2$$

此方程式的系数矩阵是一个  $6nN \times 6nN$  的带状稀疏阵, 它与常数项矩阵都是有一定的构成规律的。

### 3、待定点地面坐标计算

- ❖ 双像前方交会法：把相邻像片组成立体像对，按前方交会计算待定点地面坐标。
- ❖ 多片前方交会法

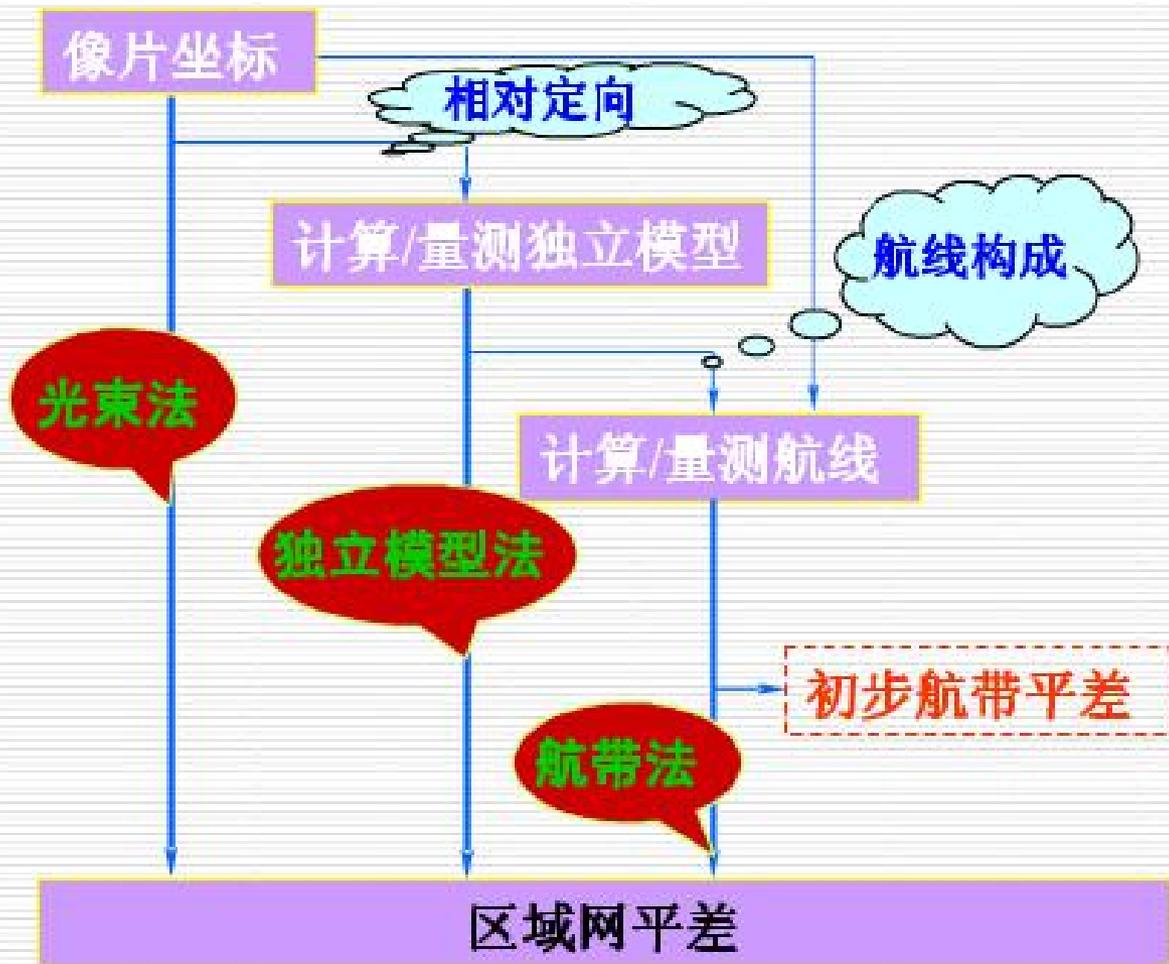
$$v_x = -a_{11}dX - a_{12}dY - a_{13}dZ - l_x$$

$$v_y = -a_{21}dX - a_{22}dY - a_{23}dZ - l_y$$

初始值加上改正数后即成为加密点的地面坐标。

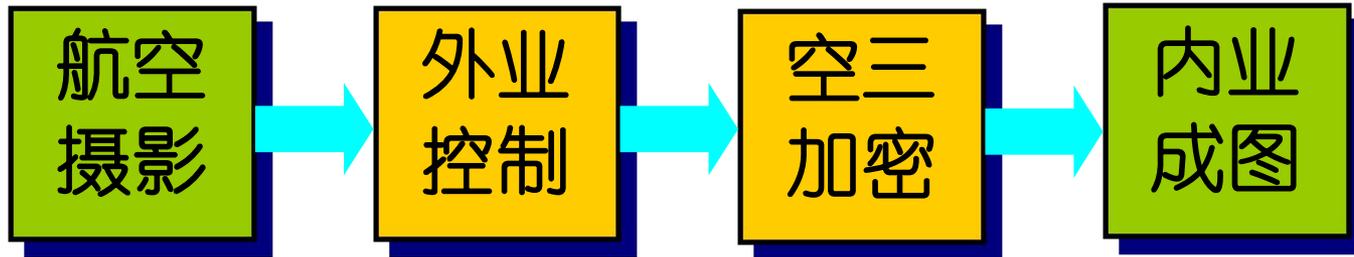
## 总结：三种平差方法比较

平差方法 比较项目	航带法	独立模型法	光束法
平差单元	航带	单元模型	单张像片（光束）
观测值	各点概略地摄坐标	模型坐标	像点坐标
未知数	各航带非线性变形 改正系数	各模型空间相似变 换参数及加密点坐 标	各像片外方位元素 及加密点坐标
平差数学模型	多项式	空间相似变换公式	共线方程
原理	近似	严密	最严密
精度	低	高	最高
应用	小比例尺低精度加 密	测图加密	低级大地测量三角 网及高精度数字地 籍测量测量地界点



- **航带法**  
解求航线的非线性  
改正参数
- **独立模型法**  
解求模型的相似变  
换参数
- **光束法**  
解求像片的外方位  
元素及物点坐标

# 航空摄影测量作业



## 五、解析空中三角测量的精度

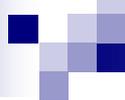
**理论精度：**把待定点的坐标改正数视为随机变量，在最小二乘平差中求出坐标改正数的方差-协方差阵

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{r}}$$
$$\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1}$$
$$m_x = \sigma_0 \sqrt{(\mathbf{Q}_{xx})_{ii}}$$

通过对理论精度的研究，得到的误差分布规律为：

(1) 三种加密方法最弱点精度位于区域网四周，区域网内部精度比较均匀，因此，平面控制点应该布设在区域的四周才能起到控制精度的作用；

(2) 当控制点稀疏布设时，理论精度会随区域网的增大而降低，但通过增大旁向重叠，可以提高区域网平面坐标的理论精度；



(3) 当周边密集布点时，理论精度对航带法而言小于一条航线的测点精度，对独立模型法而言，相当于一个单元模型的测点精度，光束法区域的理论精度不随着区域大小而改变；

(4) 区域网平差高程的理论精度取决于控制点定向的跨度，与区域大小无关。

**实际精度：**利用大量的野外实测控制点作为检查点，其值作为真值，将摄影测量加密计算得到的点位坐标与实测坐标相比，计算点位坐标精度。

$$\mu_X = \sqrt{\frac{\sum (X_{\text{控}} - X_{\text{摄}})^2}{n_X}}$$
$$\mu_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_{\text{控}} - Y_{\text{摄}})^2}{n_Y}}$$
$$\mu_Z = \sqrt{\frac{\sum (Z_{\text{控}} - Z_{\text{摄}})^2}{n_Z}}$$

## 六、附加参数的自检校光束法区域网平差

**自检校区域网平差：**把观测数据中可能存在的残余系统误差，用未知数构成的多项式表示，列入区域网平差过程。

在共线条件方程中，利用若干附加参数来描述系统误差模型，在区域网平差的同时解求这些附加参数，以自动测定和消除系统误差

$$\begin{aligned}x + \Delta x &= -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\y + \Delta y &= -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}\end{aligned}$$

附加参数主要反映这些系统误差的影响，可表示为像点坐标的函数

$$\Delta x = f_x(x, y)$$

$$\Delta y = f_y(x, y)$$

常采用的系统误差模型，可以用一般的数学模型去拟合，也可以从引起系统误差的物理因素出发推导出。

## 1. 一般多项式

$$\Delta X = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3$$

$$\Delta y = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + b_6x^3 + b_7x^2y + b_8xy^2 + b_9y^3$$

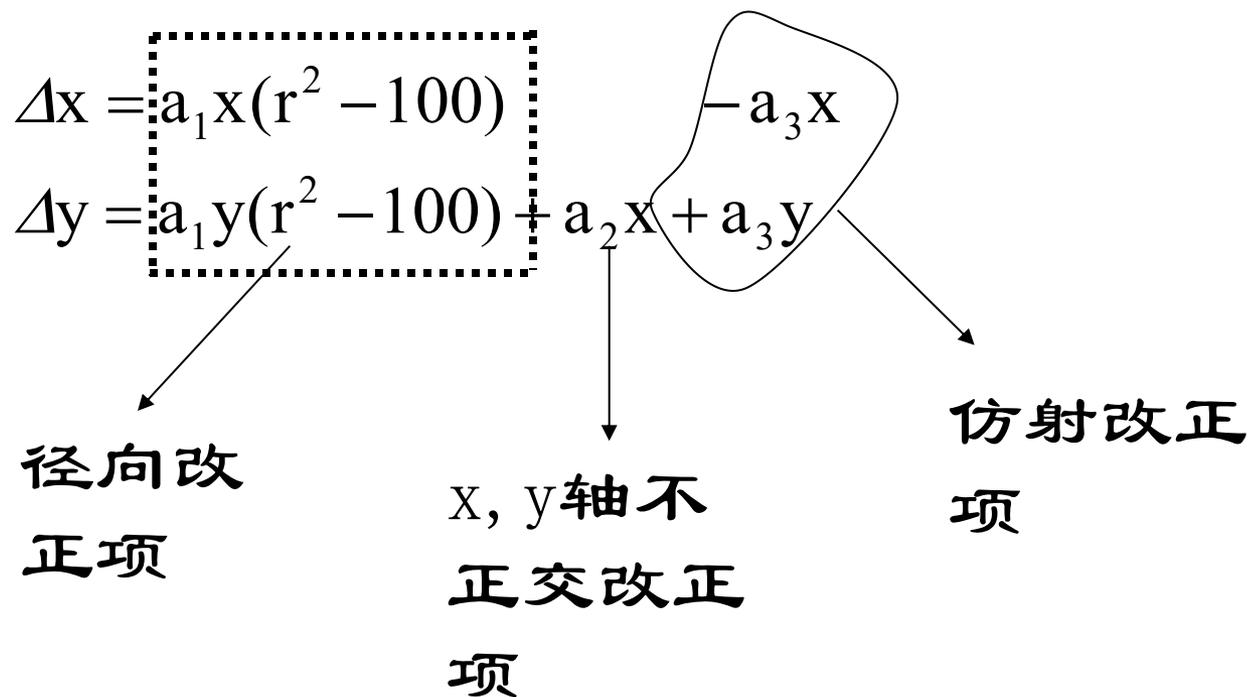
波恩大学的光束法平差程序BOBUE, 附加参数为

$$\Delta X = a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5x^3 + a_6x^2y + a_7xy^2 + a_8y^3$$

$$\Delta y = b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + b_6x^3 + b_7x^2y + b_8xy^2 + b_9y^3$$

## 2. 模拟物理因素作用的系统误差模型

### Bauer实用误差模型



将附加参数作为带权观测值，如果将外业控制点也处理成带权观测值，则平差的误差方程式为

误差方程

$$\begin{aligned} V_1 &= A X_1 + B X_2 + C X_3 - L_1, & \text{权 } P_1 \\ V_2 &= \quad \quad E X_2 \quad \quad - L_2, & \text{权 } P_2 \\ V_3 &= \quad \quad \quad \quad E X_3 - L_3, & \text{权 } P_3 \end{aligned}$$

$X_1$ —外方位元素和坐标未知数改正数向量；

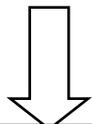
$X_2$ —控制点坐标的改正数向量；

$X_3$ —附加参数向量

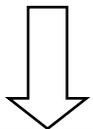
# 6.4 解析空中三角测量的最新发展

## 传统的摄影测量目标定位过程

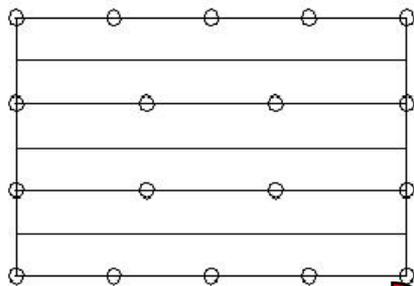
航空  
摄影



外业  
控制



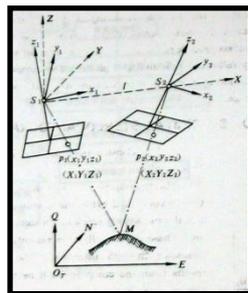
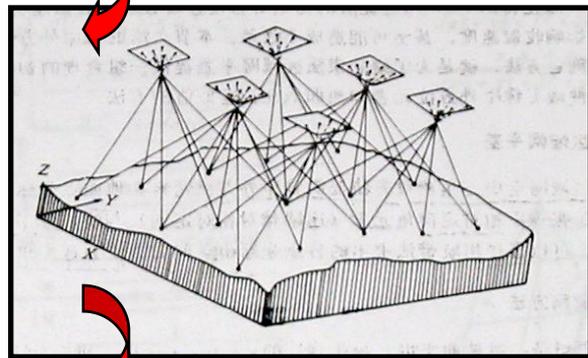
空三  
加密



像控测量  
获得GCP坐标

空三加密解算像片  
外方位元素

$X_s, Y_s, Z_s, \varphi, \omega, \kappa$



前方交会解算  
地面点坐标

# GPS辅助空中三角测量



**GPS辅助空中三角测量的含义：**利用装在飞机上的一台GPS信号接收机和设在地面基准站的GPS接收机同时而连续地接收GPS信号，通过处理获取航摄影仪曝光时刻摄影中心的三维坐标，然后将其视为带权观测值引入摄影测量的区域网平差中，以确定物方点坐标和像片外方位元素的理论、技术和方法。

## 6.5 GPS辅助空中三角测量

GPS定位技术在航空摄影测量作业中主要用于

### 1. 获取空中三角测量所需的地面控制

获取地面控制是一种采用GPS卫星网静态测量技术来取代常规大地测量以获取摄影测量加密所需地面控制点的方法。

### 2. 获取空中三角测量所需的空中控制

利用GPS动态定位技术在航空摄影的同时测定摄影中心的空间位置，以直接用于空中三角测量解算，通常称为GPS辅助空中三角测量。

- 极大地减少甚至完全免除常规空中三角测量所必需的地面控制点，以节省野外控制测量工作量、缩短航测成图周期、降低生产成本、提高生产效率

# 作业过程

## □ 现行航空摄影系统改造及偏心测定

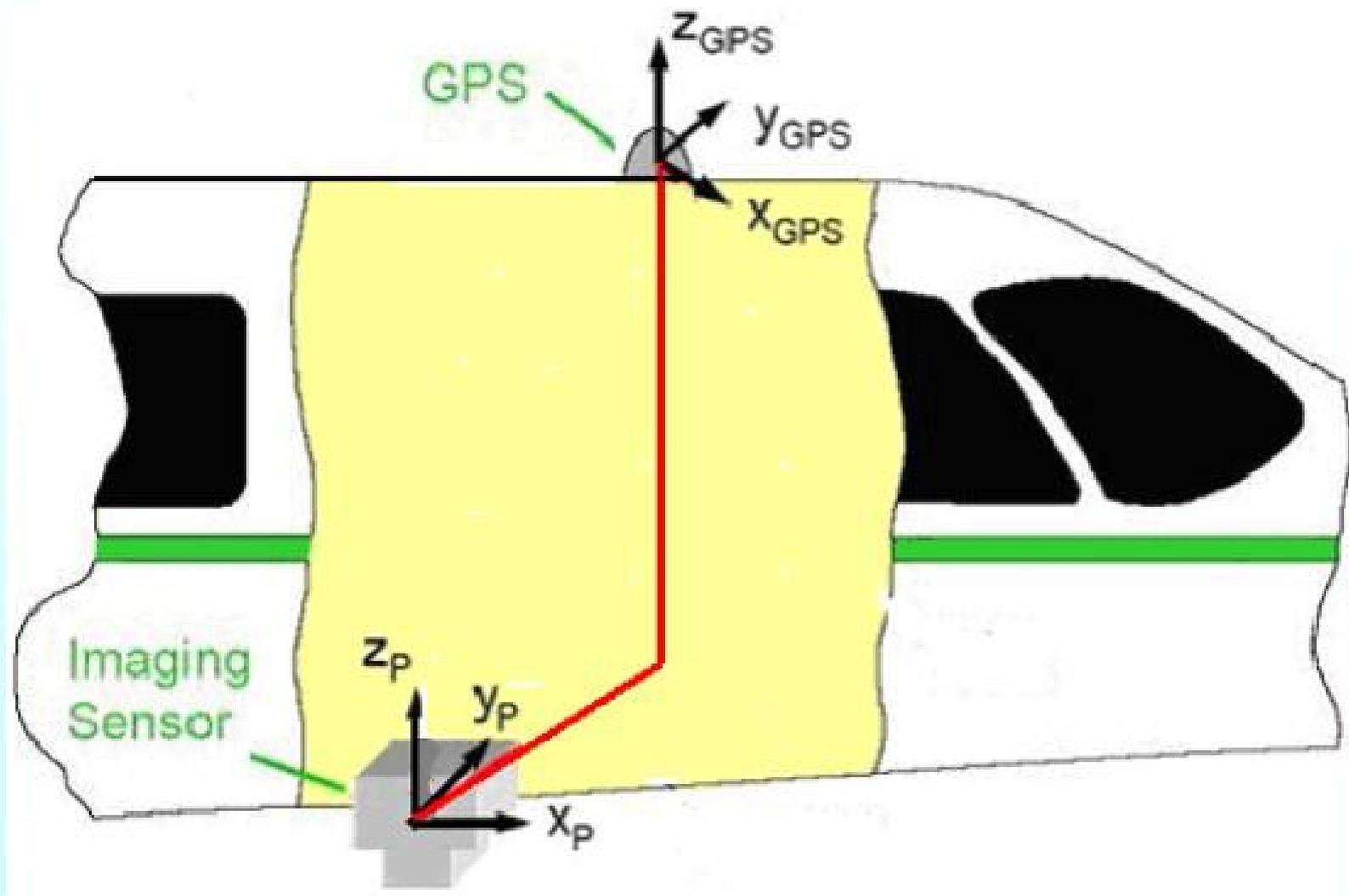
航空摄影前，所用航摄飞机由制造商按要求在飞机顶部加装了高动态航空GPS天线

## □ 带GPS信号接收机的航空摄影

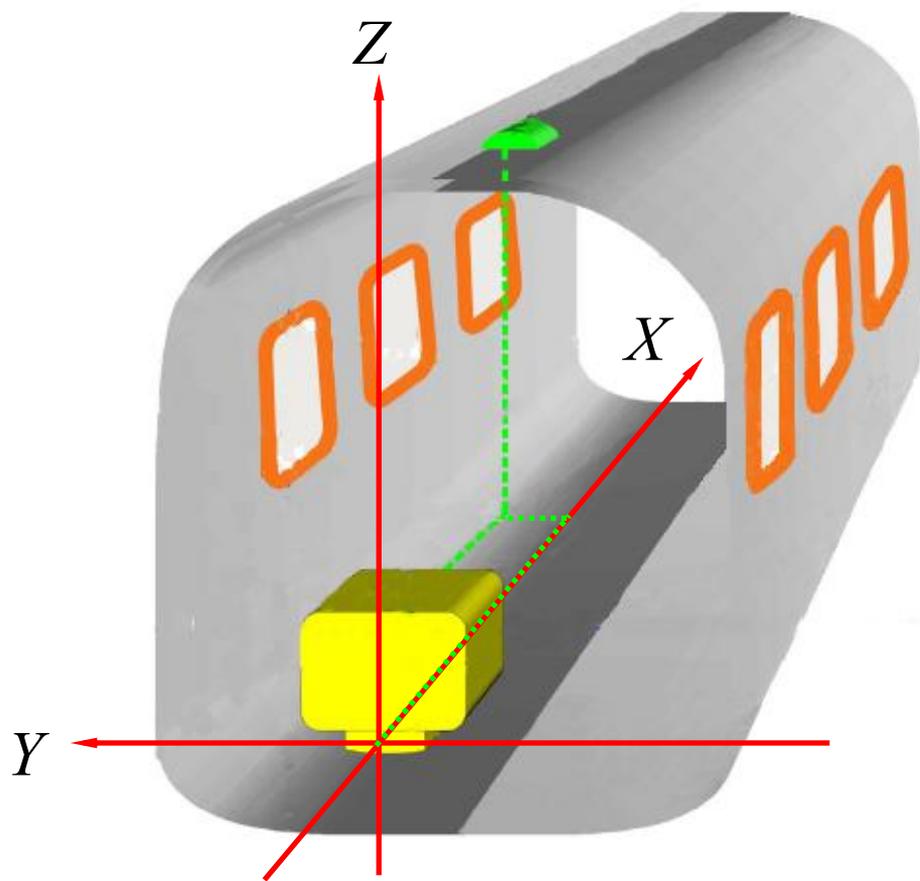
□ 解求航摄仪曝光时刻GPS天线相位中心的三维坐标-  
GPS摄站坐标及其方差-协方差阵

□ GPS摄站坐标与摄影测量数据联合平差，以确定目标点位并评定其质量

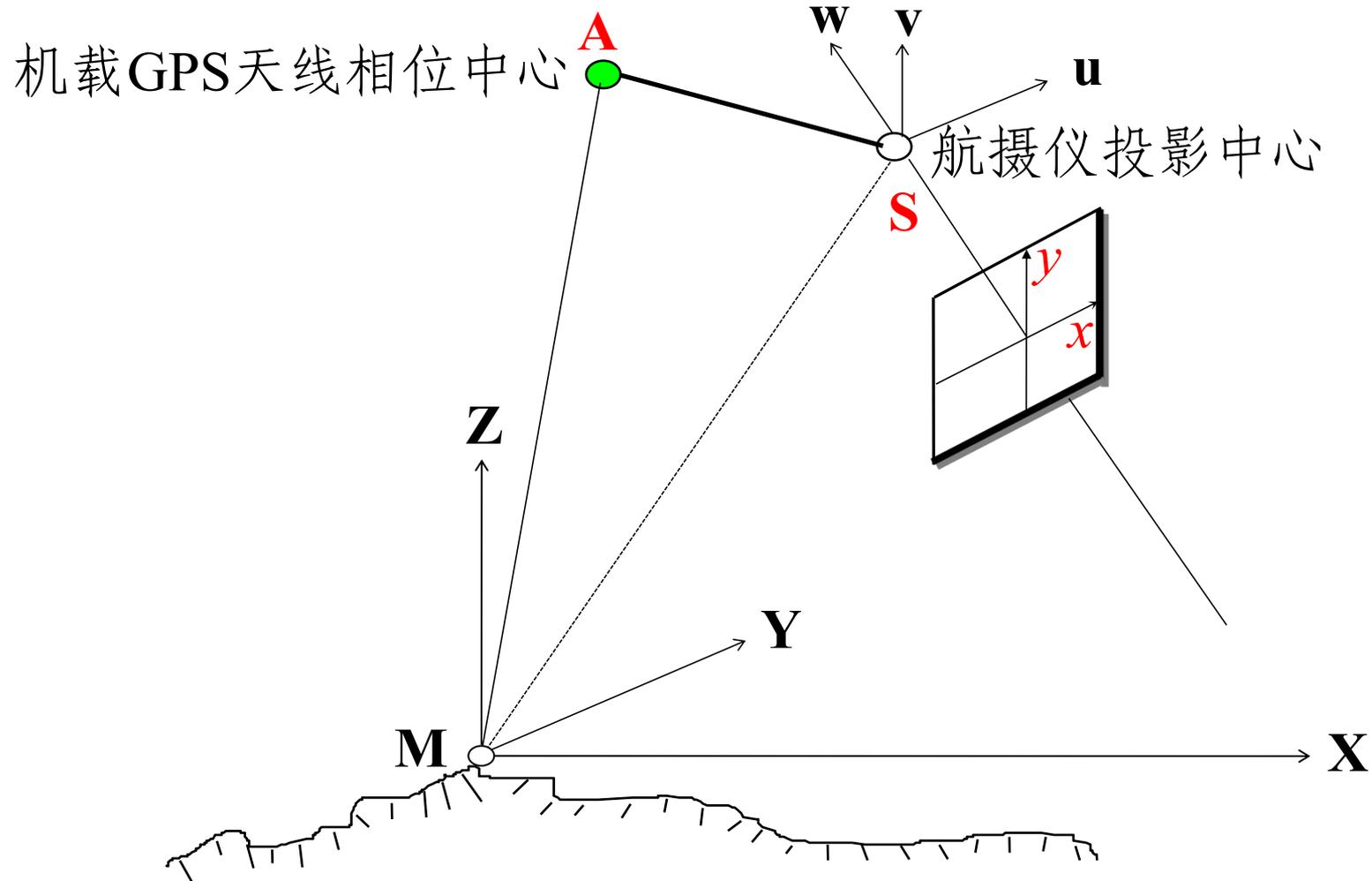
# GPS辅助空中三角测量



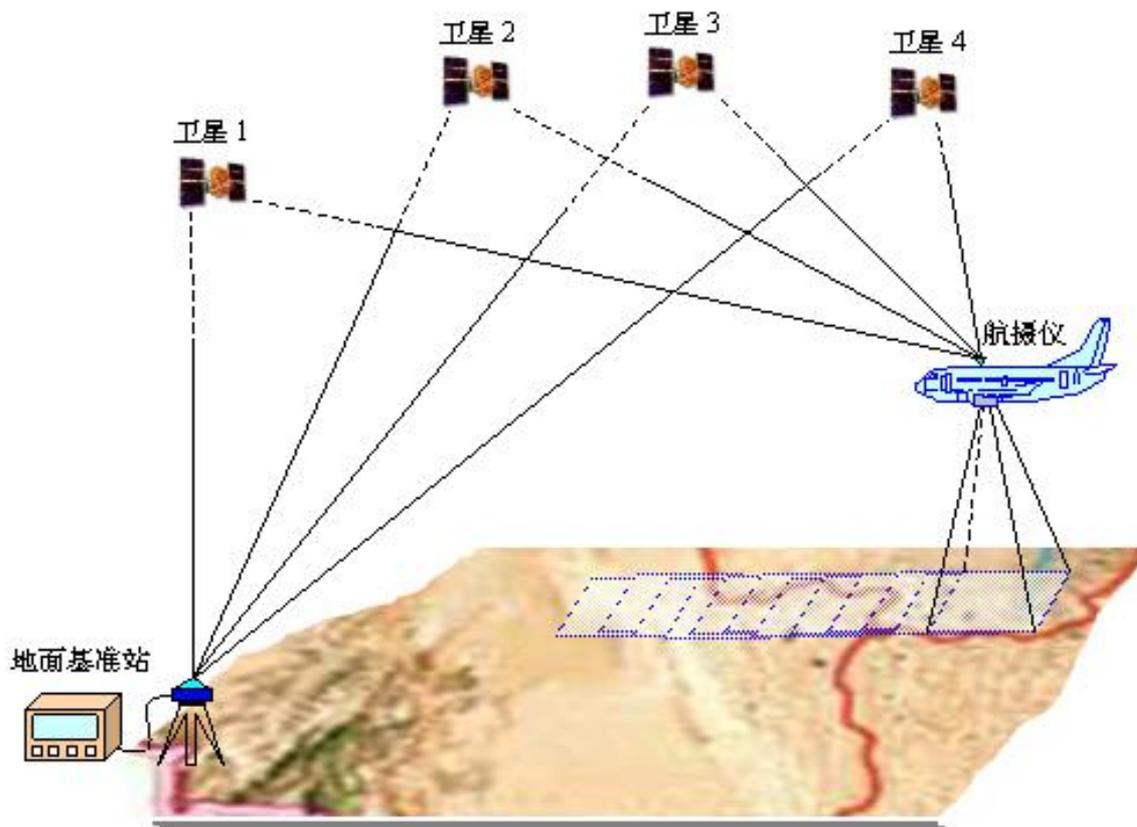
# GPS航空摄影系统的空间偏移



机载GPS接收机天线的中心不可能与航摄仪物镜后节点重合，产生偏心矢量



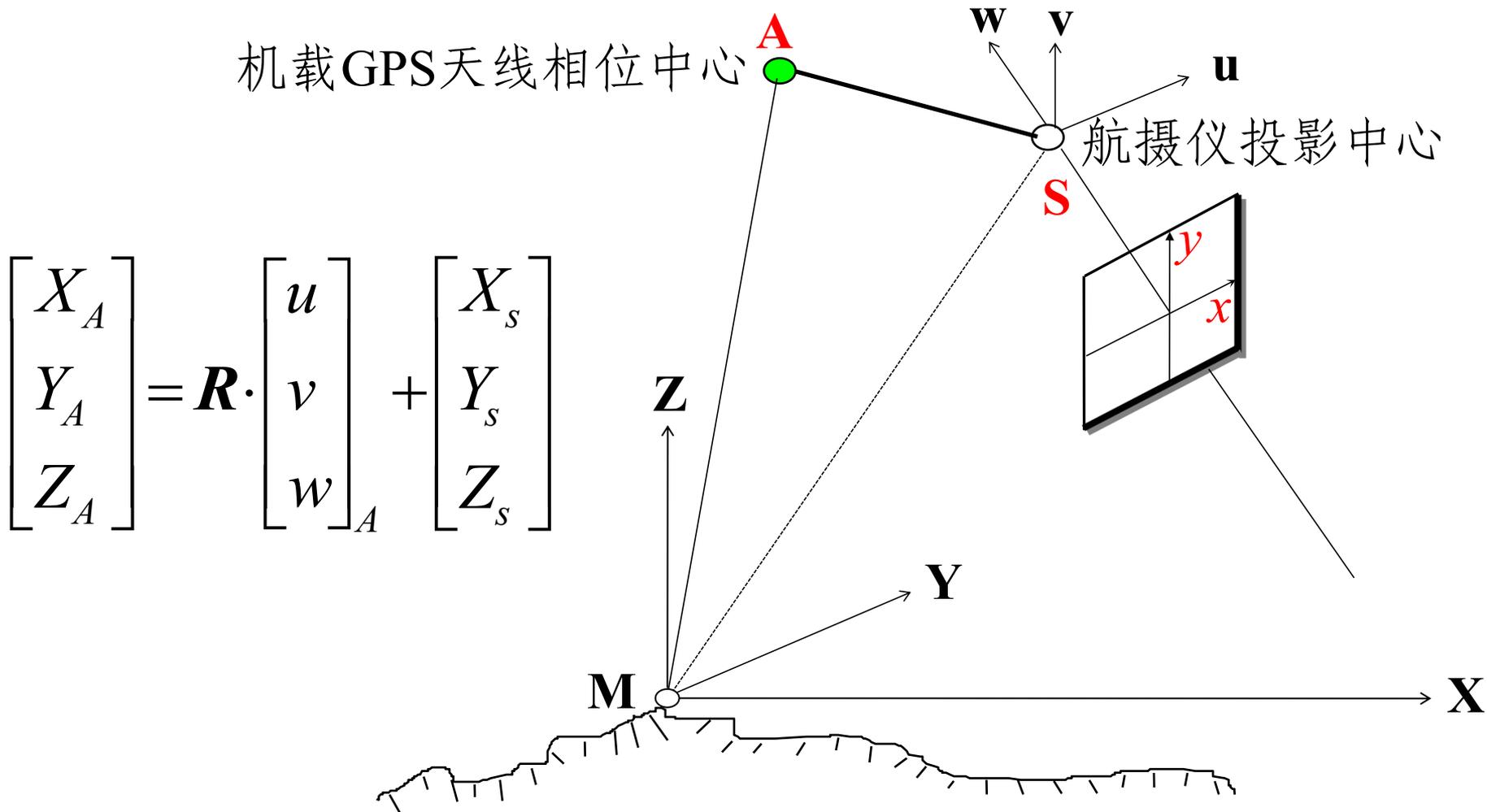
# 带GPS的航空摄影



# GPS 辅助光束法平差

- **误差方程**是在自检校光束法区域网平差基础上顾及摄影中心与机载GPS天线相位中心几何关系所得到的一个基础方程

# 投影中心与GPS天线相位中心之几何关系



# GPS摄站坐标误差方程

顾及动态GPS定位之系统误差

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_X \\ a_Y \\ a_Z \end{bmatrix} + (t - t_0) \cdot \begin{bmatrix} b_X \\ b_Y \\ b_Z \end{bmatrix}$$

$t_0$ 为参考时刻； $a_X$ ,  $a_Y$ ,  $a_Z$ ,  $b_X$ ,  $b_Y$ ,  $b_Z$ 为GPS摄站坐标漂移系统误差改正参数。

# 线性化之误差方程

$$\begin{bmatrix} v_{X_A} \\ v_{Y_A} \\ v_{Z_A} \end{bmatrix} = \frac{\partial X_A, Y_A, Z_A}{\partial \varphi, \omega, \kappa} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \omega \\ \Delta \kappa \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_S \\ \Delta Y_S \\ \Delta Z_S \end{bmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a_X \\ \Delta a_Y \\ \Delta a_Z \end{bmatrix} + (t - t_0) \cdot \begin{bmatrix} \Delta b_X \\ \Delta b_Y \\ \Delta b_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_{\text{算}} + \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_{\text{测}}$$

# GPS辅助光束法误差方程

将GPS摄站坐标视为带权观测值引入自检校光束法平差所得到的一个基础方程

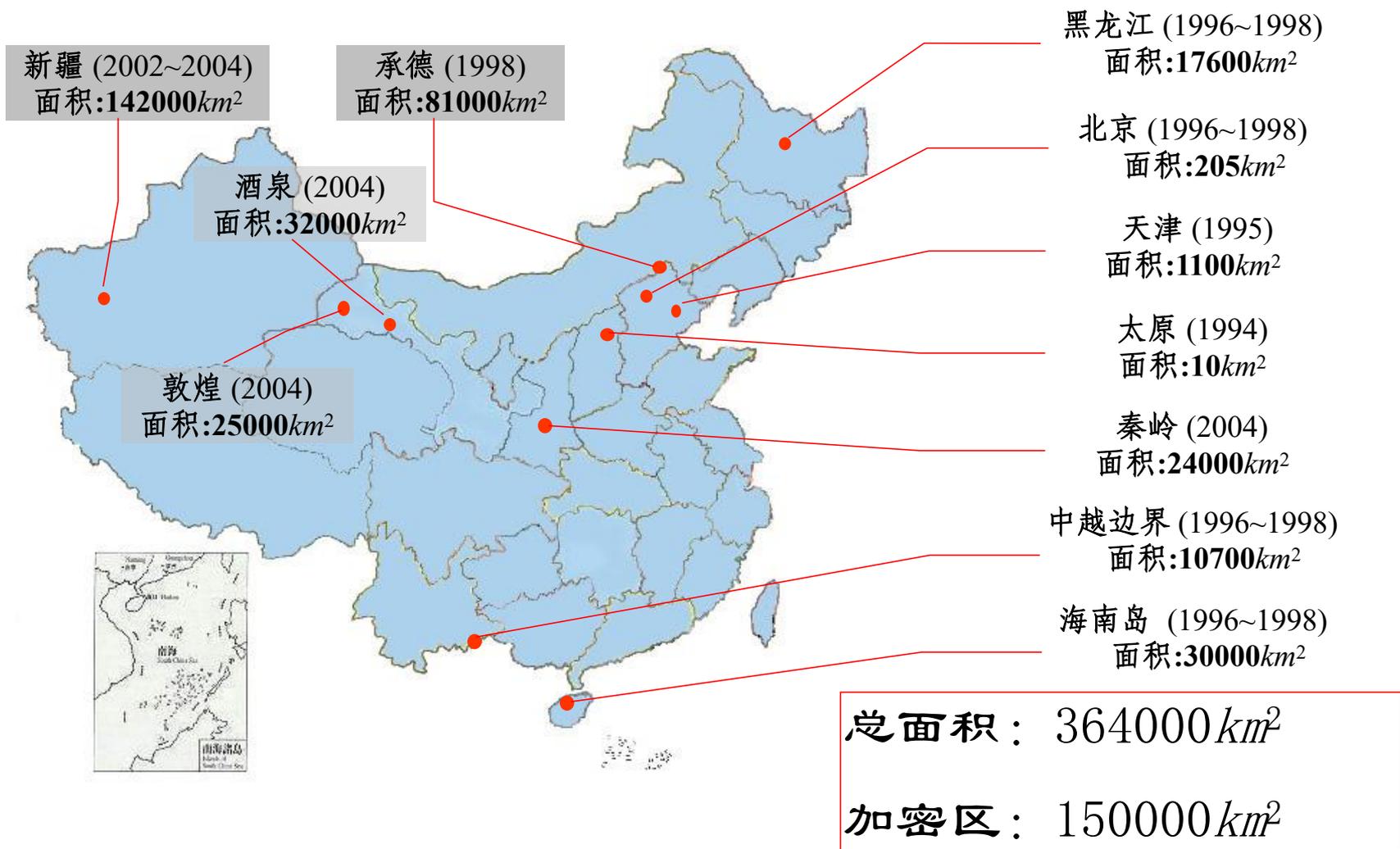
$$V_x = At + Bx + Cc \quad -l_x \quad \text{权 } E$$

$$V_c = E_x x \quad -l_c \quad \text{权 } P_c$$

$$V_s = E_c c \quad -l_s \quad \text{权 } P_s$$

$$V_g = \bar{A}t + Rr + Dd - l_g \quad \text{权 } P_g$$

# 中国GPS空三试验区分布图



# GPS辅助空三结果分析

表 6-1

GPS 辅助空中三角测量与常规光束法加密精度比较

平差方案	$\sigma_0$ ( $\mu\text{m}$ )	检查点数		理论精度 (cm)		实际精度 (cm)	
		平面	高程	平面	高程	平面	高程
密周边布点光束法区域网平差	10.3	94	91	5.4	22.5	5.2	16.0
四角布点 GPS 辅助光束法平差	10.4	103	95	6.5	23.3	7.9	18.1
无地面控制 GPS 辅助光束法平差	9.7	103	95	11.3	24.0	23.2	35.2

# GPS辅助空三结果分析

1. 带地面控制的GPS辅助光束法区域网平差理论精度非常好：**平面** $1.2\sigma_0 \sim 3.6\sigma_0$ ，**高程** $1.9\sigma_0 \sim 4.4\sigma_0$ ，达到自检校光束法区域网平差精度
2. 实际精度：**平面** $1.6\sigma_0 \sim 4.3\sigma_0$ ，**高程** $1.2\sigma_0 \sim 3.1\sigma_0$ ，高程方面与理论精度完全符合，平面位置由于内业判点误差等导致与理论精度有一定差距。但平差结果完全满足测图控制对加密成果的精度要求

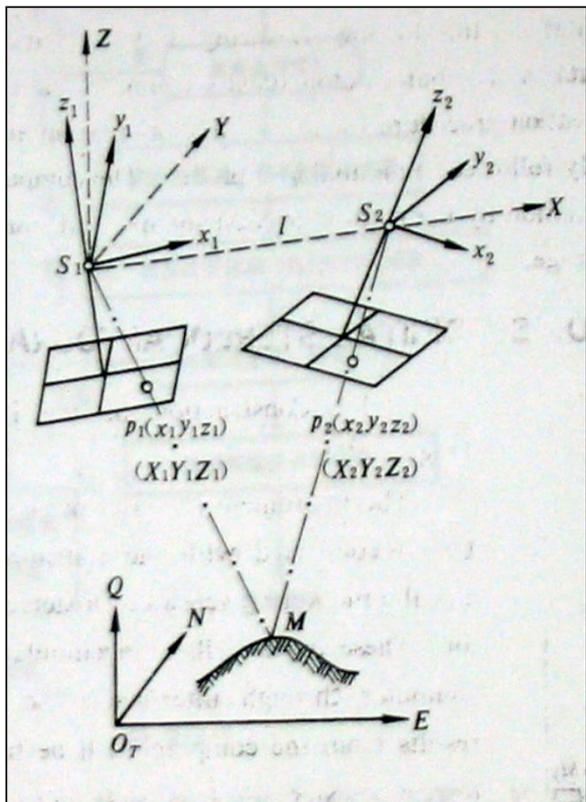
3. 无地面控制GPS辅助光束法区域网平差具有较大的系统误差，实际精度与理论精度相差较远，尤其是在平面位置上。但加密成果仍能满足了1:5万地形图航测成图精度要求。

由此看来，无地面控制的空中三角测量方法用于中小比例尺地形图测绘、地图更新和一般的航空遥感调查是完全可行的。

4. 像点坐标量测中误差  $\sigma_0$  为11.2-25.2 $\mu\text{m}$ ，仍有进行进一步提高的潜力。GPS辅助空中三角测量的精度有望进一步得到提高。

## 6.6 POS辅助空中三角测量

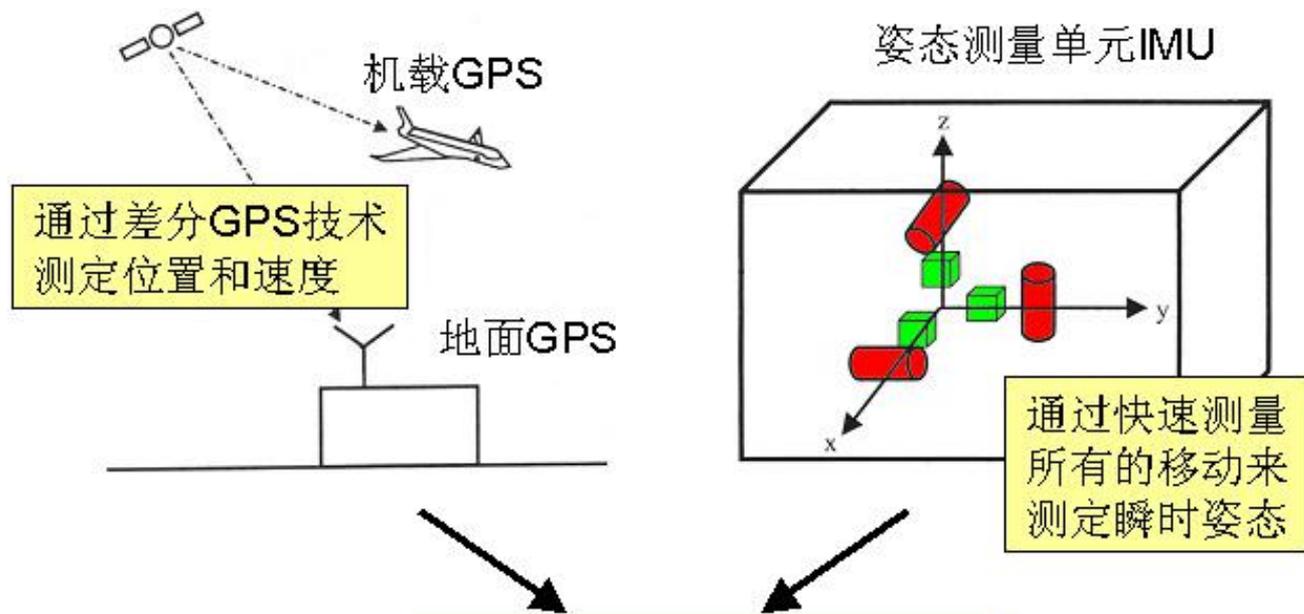
POS (position and orientation system) 机载定位定向系统，是基于全球定位系统和惯性测量装置 (IMU) 的直接测定影像外方位元素的现代航空摄影导航系统。



- POS系统测定像片外方位元素  
 $X_s, Y_s, Z_s, \varphi, \omega, \kappa$
- 空间前方交会解算地面点坐标  
(直接传感器定向)
- POS辅助空中三角测量  
(集成传感器定向)

# POS系统

直接测量  
摄影时刻  
像片位置  
与姿态



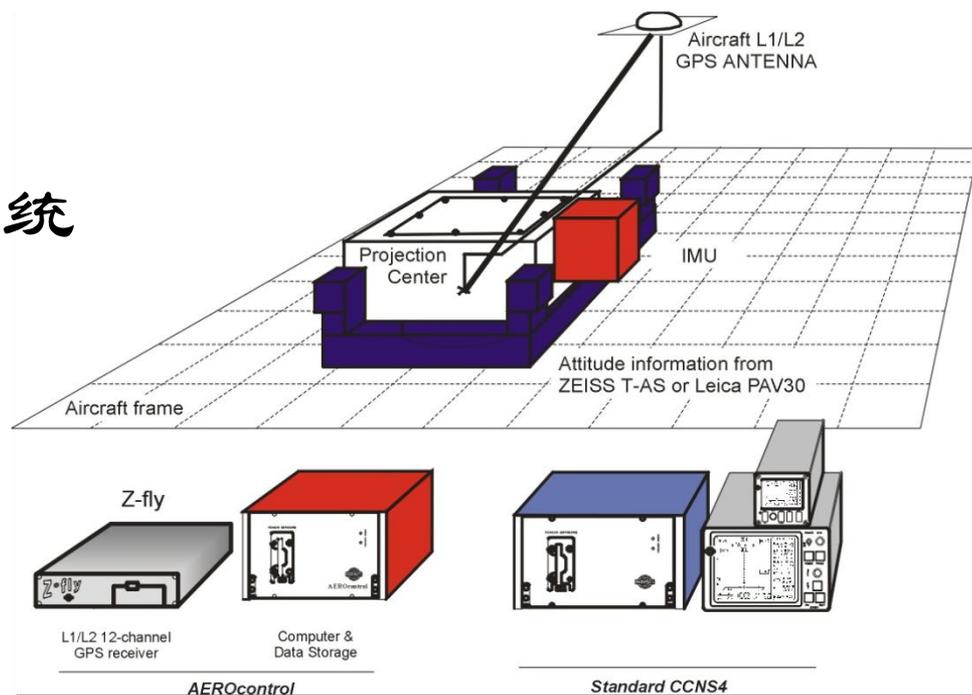
后处理 (卡尔曼滤波)

高精度位置、速度和姿态数据

$m_{X_s} = m_{Y_s} = m_{Z_s} = 5 \sim 10cm$   
 $m_{\varphi} = m_{\omega} = 0.005^{\circ} = 18''$   
 $m_{\kappa} = 0.01^{\circ} = 36''$

# POS系统

- ❖ 航摄相机
- ❖ 导航控制系统
- ❖ IMU高精度姿态测量系统
- ❖ IMU与相机连接架
- ❖ 机载DGPS天线
- ❖ 地面DGPS基站接收机



目前国际商用系统：

1、加拿大POS系统

2、德国Aerocontrol IId系统

# POS辅助空中三角测量

□ 目前世界上主要POS厂商有：

厂商	国名	设备名
Applanix	加拿大	POS/AV-510 DG (系列)
IGI mbH	德国	AERO Control IIb

□ Applanix POS系统组成：

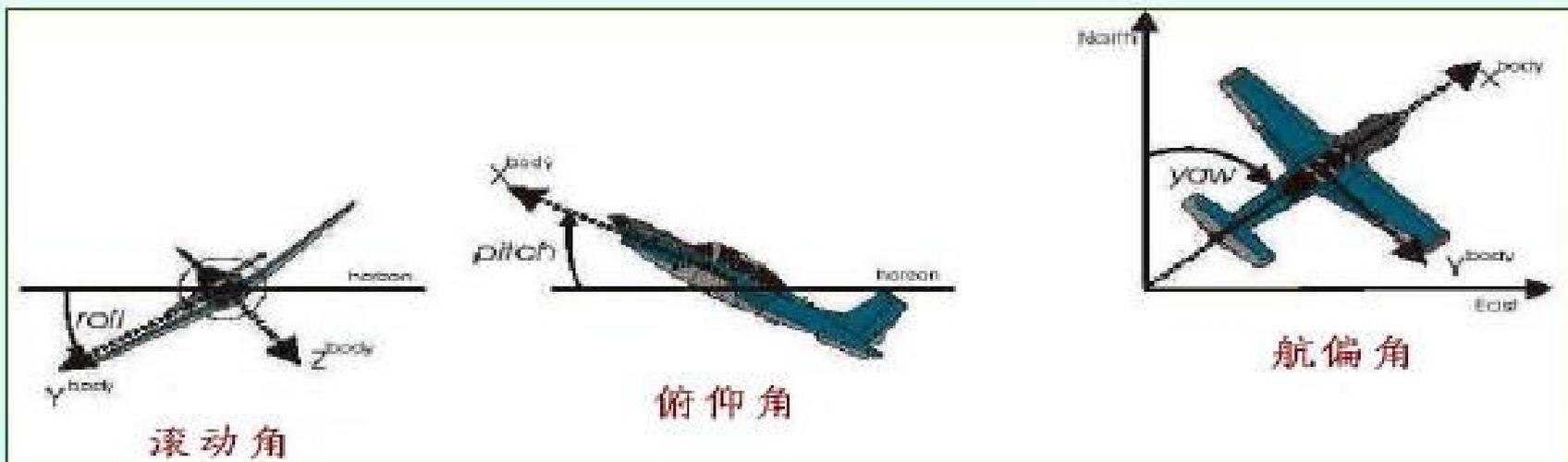
- ✓ 一个IMU
- ✓ 一个GPS接收机
- ✓ 一个计算机系统 (PCS)
- ✓ 一个后处理软件POSPac™



# POS辅助空中三角测量

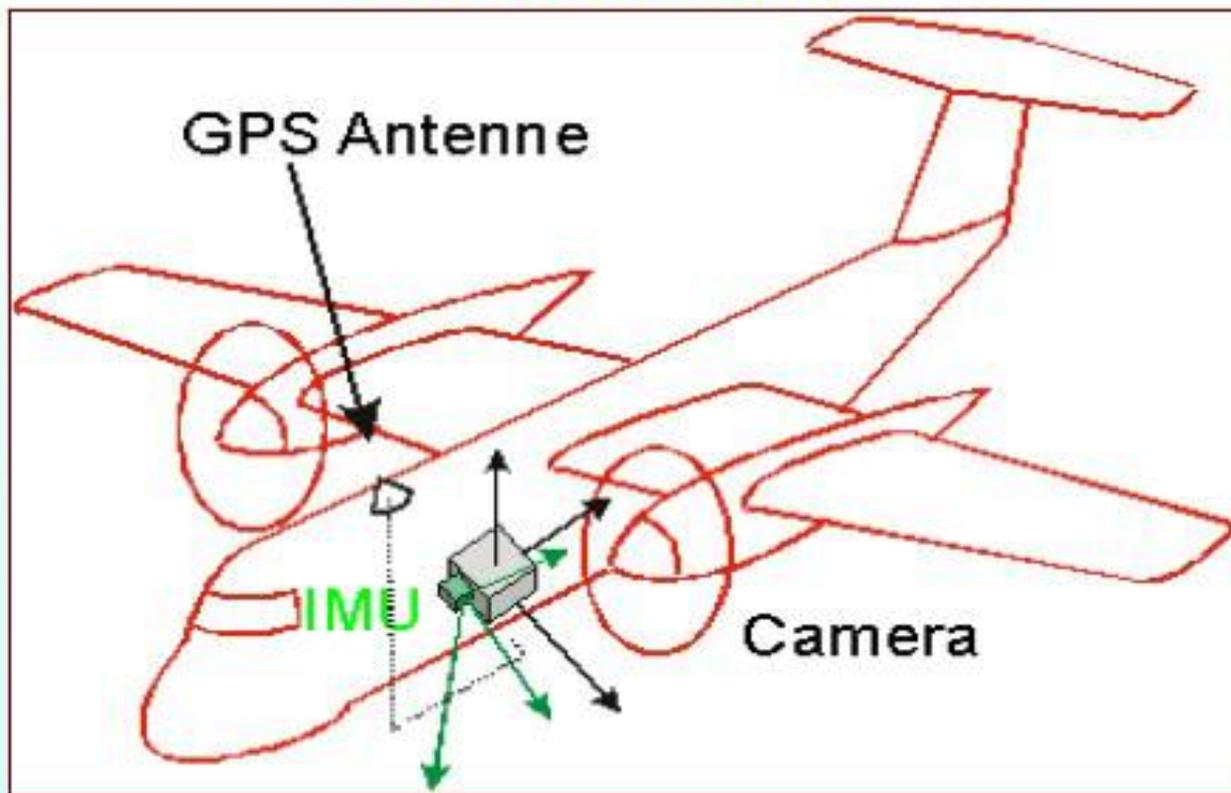
## □ POS/AV 510绝对精度指标：

测量元素	后处理结果
定位（米）	0.05~0.30
测速（米/秒）	0.005
滚动、俯仰角（度）	0.005
朝向（度）	0.008



# POS辅助空中三角测量

## Offset & BM

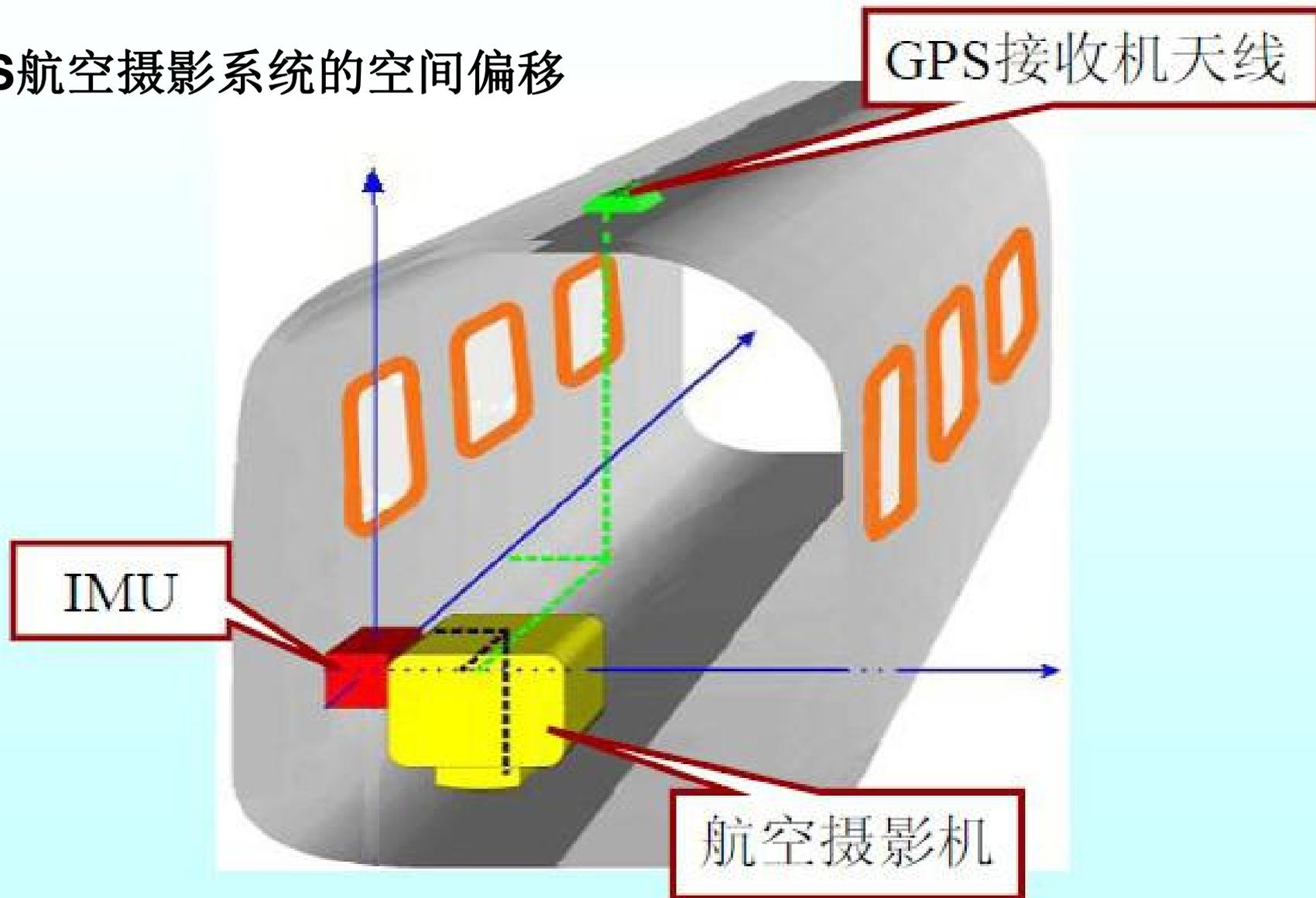


为确保姿态角测定精度，IMU体积必须要小，以便它能安装在比较靠近摄影机透视中心的附近。

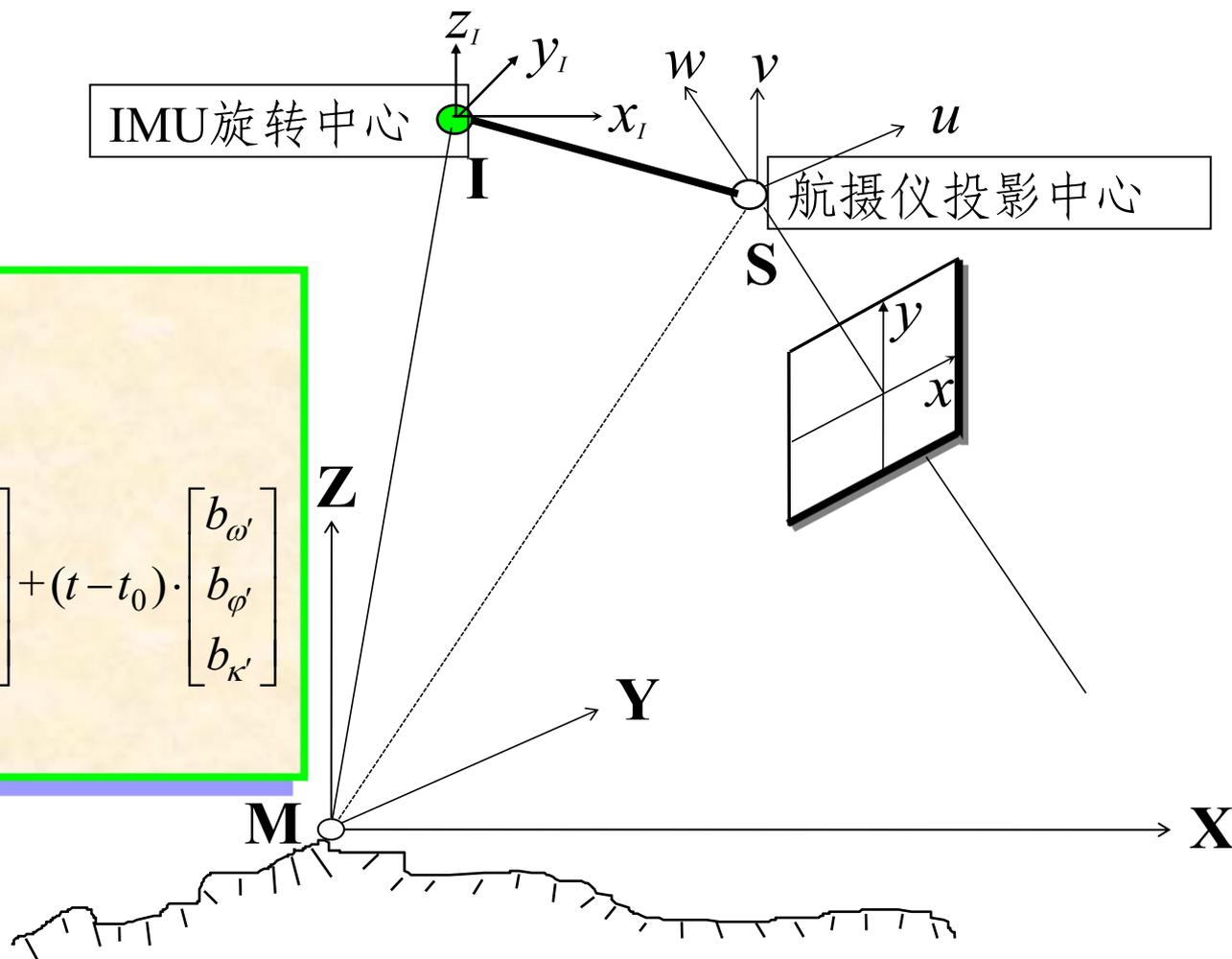


# POS辅助全自动空中三角测量

## POS航空摄影系统的空间偏移



# POS辅助空中三角测量



$$R = R_{IMU} \cdot R_B$$

$$\begin{bmatrix} \omega' \\ \varphi' \\ \kappa' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctg(\frac{b_3}{c_3}) \\ \arcsin(\frac{a_3}{c_3}) \\ \arctg(\frac{a_2}{a_1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{\omega'} \\ a_{\varphi'} \\ a_{\kappa'} \end{bmatrix} + (t - t_0) \cdot \begin{bmatrix} b_{\omega'} \\ b_{\varphi'} \\ b_{\kappa'} \end{bmatrix}$$

# POS辅助空中三角测量

## □ POS空中三角测量试验结果举例

以下为德国C.Heipke和K.Jacobsen教授对POS试验的结论：

摄影比例尺            **1: 5000**

平面精度            **5~10 cm**      高程精度            **10~15 cm**

像方精度                            **15~20um**

比常规的摄影测量结果误差大 **2~3倍**

能用于：正射影像的生成、精度要求不高的应用

目前不能直接用于：测图（因有时有较大的上下视差）

# POS辅助空中三角测量

## □ POS空中三角测量试验结果举例

适普公司的试验结果：

摄影比例尺 1: 5000

4条航带，共28张像片，扫描像元大小为14um

试验方法	X	Y	Z
直接交会	0.104	0.106	0.329
通过空三（无控制）	0.089	0.075	0.245
四个控制点空三	0.044	0.039	0.078

**主要结论：**

1、通过空三，即使是无控制点，其精度优于前方交

2、使用四角控制，可获得满意的结果

# POS试验与结论

- ❖ 1:50000比例尺航测成图可无需地面控制点和空三加密
- ❖ 根据实验结果，1:5000~1:10000比例尺航测成图可省去地面控制；建议加测少量控制点参与平差，提高整体精度，并检核成图精度
- ❖ 1:1000和1:2000比例尺航测成图可大大减少野外像控测量工作量

# 进一步关于空中三角测量

## 空中三角测量的现状和发展趋势：

- ❑ 区域周边地面控制点 + 空中三角测量
- ❑ 少量地面控制点 + GPS辅助空中三角测量
- ❑ 完全不要地面控制点 + POS辅助空中三角测量； 或只要GPS + INS， 而不要空三

# POS与其它传感器的组合应用研究

## ❑ POS的其它主要应用：

- ✓ 与机（星）载三行扫描传感器集成
- ✓ 与激光测距仪Lidar集成
- ✓ 与微波传感器SAR集成
- ✓ 与其它数字摄影机和传感器集成

